Consortium HarmoS Mathématiques

MATHEMATIQUES

Rapport scientifique de synthèse et modèle de compétences

Version provisoire (avant adoption des standards de base)
Etat : 13 décembre 2009

Consortium scientifique :

Pädagogische Hochschule FH Nordwestschweiz, Aarau (Leading house)
Institut de Recherche et de Documentation pédagogique (IRDP), Neuchâtel
Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport, Divisione della scuola, Bellinzona
Pädagogische Hochschule Bern, Institut für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, Bern
Pädagogische Hochschule Zürich

Rédacteurs du rapport : Helmut Linneweber-Lammerskitten, Beat Wälti, Elisabeth Moser Opitz

Consortium Mathématiques :

Pädagogische Hochschule FH Nordwestschweiz, Aarau (Leading house) I Helmut Linneweber-Lammerskitten, Beat Wälti, Robbert Smit

Institut de Recherche et de Documentation pédagogique (IRDP), Neuchâtel I Viridiana Marc, Luc-Olivier Pochon

Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport, Divisione della scuola, Bellinzona I Aldo Frapolli, Larissa Cadorin

Pädagogische Hochschule Bern, Institut für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, Bern I Elisabeth Moser Opitz, Ueli Hirt

Pädagogische Hochschule Zürich I Roland Keller

ainsi que divers collaboratrices et collaborateurs en Suisse romande I

Michel Bréchet (JU), Jacques-André Calame (HEP-BEJUNE), Michel Chastellain (HEP-VD), Ninon Guignard (SRED), Olivier Menge (DECS), Ladislas Ntamakiliro (URSP), Werner Riesen (SREP), Chantal Tièche Christinat (IRDP), Anne Volet (DGEO)

et divers collaboratrices et collaborateurs en Suisse alémanique I
Walter Bächtold, Franco Caluori, Werner Jundt, Bernhard Matter

Sommaire

Introduction

Bon nombre d'adultes ont un rapport aux mathématiques ambivalent. D'un côté, nul ne conteste la valeur des mathématiques. Elles sont l'incarnation de la science exacte, le principe et l'archétype de toutes les sciences. Privées de leur support mathématique, les sciences et la technique ne pourraient progresser. De l'autre côté, pour de nombreux adultes, même parmi les plus «cultivés», les mathématiques incarnent l'abstraction, la difficulté, le vide et l'ennui. Déjouer cette ambivalence, ou du moins l'atténuer, est l'une des missions de l'enseignement des mathématiques, et non des moindres. Sans formation de base en mathématiques, une personne ne peut avoir qu'une appréhension déficiente du monde moderne, où se mêlent information, communication et technique, et réduit ses chances de prendre une part active dans la vie de la société. D'où l'importance croissante d'une formation de base en mathématiques pour tous. Sous la notion de culture mathématique (*mathematical literacy*), elle est définie dans le projet PISA comme «l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leurs propos et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.»[1] Même si cette définition privilégie de manière quelque peu exclusive la préparation au rôle social du citoyen, au détriment de l'épanouissement de l'individu, de l'apprentissage tout au long de la vie et de l'influence des mathématiques dans l'éducation, elle propose des pistes intéressantes pour la conception de modèles de compétences et pour l'établissement de standards de formation en mathématiques. La formation de base en mathématiques telle que la conçoit HarmoS doit aider les élèves à comprendre le monde (au sens le plus large du terme), à se forger un esprit constructif, engagé et réfléchi et à se donner les moyens d'évoluer.

Les éléments pragmatiques y sont par conséquent davantage accentués que dans les plans d'études actuels. Le modèle de compétences les rapporte chacun à différents contenus, obtenant ainsi une structure matricielle bidimensionnelle qui s'applique aux trois années scolaires jalons (moyennant quelques adaptations pour la 4e année). Pour choisir les cinq domaines de compétence (se référant à des contenus) et les huit aspects de compétence (ou aspects de l'action, se référant donc à des actions) de cette matrice, le consortium est parti des objectifs indiqués en préliminaire et s'est inspiré des modèles de compétences conçus dans d'autres pays ou dans le cadre de projets internationaux (NCTM, PISA, KMK, etc.), en y intégrant les données propres à la Suisse (comparaison des plans d'études, différences culturelles et linguistiques).

La compétence mathématique ne se décline pas uniquement en connaissances et en aptitudes, elle suppose aussi une certaine dose d'intérêt, de motivation, et l'état d'esprit nécessaire pour pouvoir travailler en équipe. Cependant, soucieux de préserver la lisibilité des descriptions de compétences, le consortium n'a pas cherché à formuler cette dimension explicitement. Les facettes non cognitives de la compétence mathématique sont en outre peu aisées à tester. C'eût été toutefois une erreur de ne pas en tenir compte dans la définition des standards de base, raison pour laquelle le consortium les a incluses dans ses propositions. Les standards de base en mathématiques formulent par conséquent ce que l'on attend des élèves; ils impliquent néanmoins également ce que les élèves sont en droit d'attendre du système éducatif et de la société. Si seules les compétences attendues des élèves sont verbalisées dans les standards de base formulés ci-après, il convient de garder à l'esprit cette dimension plus large.

Le présent document est un résumé du rapport final interne. Le premier chapitre indique brièvement la composition du consortium HarmoS Mathématiques et la manière dont il a travaillé. Le deuxième chapitre développe la conception de la structure matricielle et le choix des aspects et des domaines de compétence. Le troisième a pour objet les composantes du modèle pluridimensionnel. Cette présentation du modèle à

[1] OCDE 2004b, 42

l'échelle macro est affinée au quatrième chapitre à l'échelle méso et au cinquième chapitre à l'échelle micro. Le sixième chapitre est consacré à la construction des tâches et des conditions de réalisation du test de validation, dont il présente ensuite les principaux résultats. Le septième chapitre a pour thème les particularités du niveau correspondant à la 4^{e} année scolaire. Le huitième chapitre présente les standards de base proposés par le consortium en indiquant les arguments qui ont guidé ses choix. Le rapport se termine par une réflexion sur les limites du modèle de compétences. En annexe, on trouve une copie du questionnaire de motivation ainsi que toute une série d'exercices commentés, servant à faciliter la compréhension du modèle de compétences.

1 Commentaires généraux sur le projet et son déroulement

1.1 Mandat et composition du consortium

Les trois régions linguistiques et culturelles étaient représentées dans le consortium HarmoS Mathématiques: Larissa Cadorin (Liceo cantonale Locarno), Prof. Dr. Franco Caluori (PHNW à partir du 1.3.06), Aldo Frapolli (Ufficio Studi e Richerche Bellinzona) direction des opérations au Tessin, Ueli Hirt (PH Bern), Roland Keller PH Zürich, Prof. Dr. Helmut Linneweber-Lammerskitten (PHNW) direction du consortium, Viridiana Marc (IRDP à partir du 1.8.06) direction des opérations en Suisse romande, Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz (PH Bern), Luc Olivier Pochon (IRDP) direction des opérations en Suisse romande, Robbert Smit (PHNW) bureau du consortium, Dr. Chantal Tièche Christinat (IRDP jusqu'au 31.7.06) direction des opérations en Suisse romande, Prof. Beat Wälti (PHNW) direction du consortium.

L'équipe du consortium a été complétée par les personnes suivantes, en deux phases successives: Prof. Walter Bächthold (PH St. Gallen), Michel Bréchet (coordinateur JU), Jacques-André Calame (HEP-BEJUNE), Michel Chastellain (HEP-VD), Ninon Guignard (SRED), Bernhard Matter (PHNW), Olivier Menge (DECS), Ladislas Ntamakiliro (URSP), Werner Riesen (CIP), Anne Volet (DFJ).

Plusieurs groupes de praticiens ou de spécialistes et divers enseignants et didacticiens des mathématiques sont par ailleurs venus soutenir les travaux du consortium. Il s'agit essentiellement du groupe de travail de la NW EDK (présidé par Martin Rothenbacher), de la section suisse de la Société de didactique des mathématiques (présidée par Gregor Wieland) et de Werner Jundt (PH Bern). Un réseau a été constitué et les didacticiens et groupes de spécialistes ont été appelés à se prononcer à divers moments sur les travaux du consortium.

Pour la validation théorique, le consortium a fait appel à des experts de renommée internationale: Prof. Dr. Timo Leuders (PH Freiburg) pour la 11^{e} année, Prof. Dr. Michael Neubrand (Universität Oldenburg) pour la 8^{e} année, et Prof. Dr. Roland Charnay (Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Lyon) pour la 4^{e} année. Du fait que les expertises ne portaient pas sur un produit fini, mais sur un travail en cours de réalisation, toute une série de suggestions ont pu être prises en compte par la suite. Après la conclusion du travail, la CDIP a confié à trois experts un mandat d'expertise du modèle de compétences : aux Prof. Dr. Werner Blum et Dr. Dominik Leiss (Université de Kassel), au Prof. Dr. Roland Charnay (IUFM de Lyon) et au Prof. Dr. Bruno D'Amore (Université de Bologne).

1.2 Démarche de travail du consortium

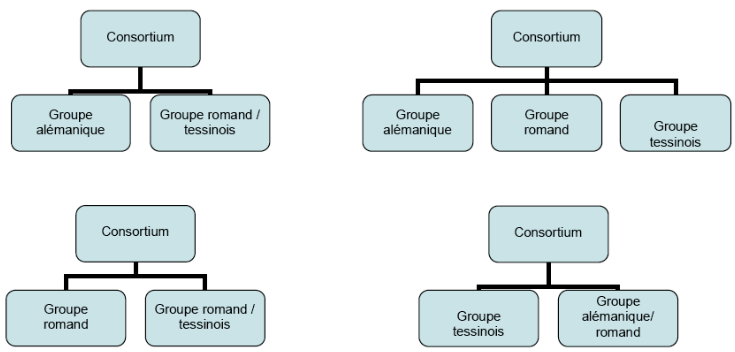


illustration 1-1

Un groupe de préparation s'est attelé à la tâche en mars 2005 (élaboration d'une base théorique et d'une terminologie cohérente), tandis que les autres membres du consortium entamaient leurs travaux début juillet ou début septembre 2005.

Le consortium, parfois élargi, s'est penché en tout à 10 reprises sur les grandes lignes du projet, lors de séminaires-retraites sur un ou deux jours. Il a également invité des représentants du groupe de méthodologie ainsi que le chef du projet HarmoS à participer à quelques-unes de ses séances.

Une grande partie du travail a été fournie dans le cadre de sous-groupes, sous différentes constellations réunissant les régions linguistiques et culturelles (cf. illustration 1-1) lors de la phase de préparation, de la première phase du projet et de la phase d'évaluation, ou, pendant les autres phases du projet, essentiellement sous la forme de groupes d'experts formés pour les trois années scolaire concernées (cf. illustration 1-2). L'organisation du travail dans les sous-groupes s'est faite de manière assez autonome: rencontres du groupe, travail par groupuscule sur un thème donné, travail individuel échangé par voie électronique.

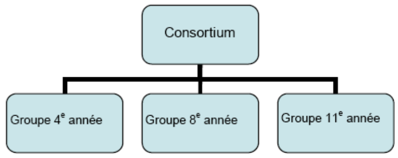


illustration 1-2

Afin d'assurer la coordination générale du projet HarmoS, deux à trois membres du consortium ont pris part aux séances du groupe stratégique (de même que, au besoin, divers représentants par régions linguistiques ou par années scolaires). A la suggestion de la CDIP, la direction du consortium a formé avec des didacticiens des mathématiques allemands, autrichiens et luxembourgeois un groupe de travail «DACHL» et participé à ses rencontres annuelles.

2 Conception de la structure matricielle

2.1 Le modèle de la matrice: aspects et domaines de compétence

La base théorique de notre travail était l'expertise de Klieme et al. (2003) et la notion de compétence sous-jacente décrite par Weinert (2001). Nous avons également analysé des conceptions et des projets divers, tels les standards du NCTM (2000), les standards de formation de la KMK (2003), le plan d'études cadre romand PECARO (2004) ou les études PISA (2000 et 2003), et nous les avons discutés avec d'autres modèles élaborés par nos membres. Un modèle n'a pas tardé à rencontrer l'assentiment de tous, modèle distinguant, à l'instar des standards du NCTM, entre compétences par rapport à des contenus et compétences par rapport à des processus. Ces deux composantes méritaient cependant d'être mises en relation plus nettement que dans le modèle du NCTM, sous la forme explicite d'un *modèle matriciel*. Car une description de ce dont les élèves doivent être capables se rapporte toujours à des éléments de contenu et à des processus ou des actions, et le modèle fondamental devrait l'exprimer.

Nous avons donc défini pour commencer huit aspects de compétence (actions):

- Savoir, reconnaître, décrire
- Appliquer des procédures, utiliser des techniques
- Utiliser des instruments et des outils
- Formuler, représenter
- Modéliser
- Argumenter, justifier
- Analyser, interpréter des résultats
- Explorer, essayer

et distingué cinq domaines de compétence (contenus):

- Géométrie
- Nombres et opérations
- Fonctions
- Grandeurs et mesures
- Analyse de données

Ces huit aspects de compétence appliqués aux cinq domaines forment une matrice de 40 champs, vides pour l'instant (cf. illustration Matrice heuristique). Chacun de ces champs soulève une question, la même pour les trois années de scolarité envisagées (4^e, 8^e et 11^e): «De quoi devraient être capables les élèves de telle année en ce qui concerne l’aspect de compétence x dans le domaine de compétence y?»[2] ou, avec un accent moins normatif: «Quelle (sous-)compétence peut-on attendre des élèves de telle année en ce qui concerne l’aspect

[2] «être capable» présuppose non seulement une compétence cognitive, mais aussi émotionnelle et sociale.

de compétence x dans le domaine de compétence y?» La réponse à cette question diffère naturellement en fonction de l'année scolaire envisagée. Il est même possible que certains champs de la matrice, voire des domaines complets, restent vides, notamment pour la 4^e année.

$4^e/8^e/11^e$ année		Dimension du contenu («domaines de compétence»)				
		Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Dimension du processus («aspects de compétence»)	Savoir, reconnaître, décrire					
	Appliquer des procédures, utiliser des techniques					
	Utiliser des instruments et des outils					
	Formuler, représenter					
	Modéliser					
	Argumenter, justifier					
	Analyser, interpréter des résultats					
	Explorer, essayer					

illustration 2-1

Nous attachions de l'importance à avoir la même matrice pour toutes les années scolaires envisagées (si possible), pour répondre au critère de la cumulativité et mettre en évidence le fait que «les contenus et les processus se superposent, renvoient systématiquement les uns aux autres, sont constamment appliqués et maintenus actifs» (Klieme 2003, p. 24). Afin d'éviter de neutraliser les représentations controversées en les remplaçant par des descriptions imprécises qui n'auraient pas le moindre sens concret pour les non-initiés, nous avons développé une procédure qui nous permette de parvenir à un consensus sans perte de contenu (cf. chapitre 2.4 ci-après).

2.2 Légitimation des domaines de compétence

En choisissant les domaines de compétence HarmoS, nous avons essayé de prendre pour référence les modèles suivants, tout en parvenant à une unité systématique satisfaisante (cf. illustration 2-2):

1. la subdivision classique en sous-disciplines opérée dans les plans d'études suisses,[3]
2. la subdivision des *content standards* selon le NCTM,[4]
3. les *overarching ideas* du cadre d'évaluation PISA 2003,[5] et
4. les idées phare des recommandations de la KMK.[6]

---

[3] L'étude des phénomènes aléatoires (la stochastique) n'a conquis que ces dernières années sa place à part entière, tandis que l'arithmétique et l'algèbre sont souvent fondues en une seule entité.
[4] NCTM 2000 (la distinction entre thèmes et sous-disciplines n'y est manifestement pas rigoureuse)
[5] OCDE 2004c, p.35. On notera ici que le domaine du calcul pratique (*Sachrechnen*, ou du *Measurement*) n'apparaît pas pour lui-même mais est classé sous Quantité ou, et c'est exactement l'inverse, que la notion de quantité est comprise dès le départ comme se rapportant davantage à *Measurement* qu'à *Number and Operations*.
[6] KMK 2003a. Ici aussi, comme dans le modèle NCTM, les catégories choisies sont quelque peu hétérogènes: *Messen* en tant qu'opération est mal assorti aux autres catégories se rapportant à des contenus.

Mis à part le remplacement de Mesurer (*Messen*) par l'indication du thème correspondant (Grandeurs et mesures), notre conception s'écarte de celle de la KMK sur deux points: la fusion de l'arithmétique et de l'algèbre en un seul domaine de compétence libellé Nombres et opérations et le renforcement de l'autonomie ac-

Plans d'études suisses	NCTM	PISA 2003	KMK
Géométrie Algèbre Arithmétique Résolution de problèmes (Probabilités)	Number and Operations Algebra Geometry Measurement Data Analysis and Probability	Quantity Space and shape Change and relationships Uncertainty	Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall

illustration 2-2

cordée au domaine Fonctions. On notera toutefois qu'il existe toute une série de thèmes et d'énoncés situés dans une zone frontière et pouvant, selon l'interprétation que l'on en donne, être classés aussi bien dans le domaine des nombres et opérations que dans le domaine des fonctions (par ex. bon nombre de tâches de proportionnalité). Il en va de même pour la zone de séparation entre la géométrie et les grandeurs et mesures, les tâches de calcul de superficie pouvant par ex. être interprétés comme relevant plutôt de l'un ou de l'autre domaine.

Domaines de compétences HarmoS:
Nombres et opérations Géométrie Fonctions Grandeurs et mesures Analyse de données

Ill. 2-3

Deux critères permettent de légitimer le choix des catégories: d'une part, les catégories choisies *couvrent-elles le domaine des mathématiques enseignées à l'école* dans sa totalité et, deuxièmement, la catégorisation de l'ensemble du domaine dans les sous-domaines indiqués fait-elle ressortir les *grands contenus mathématiques les plus importants*? Nous nous sommes assurés que le premier critère était rempli en analysant les différentes catégorisations citées ci-dessus (ainsi que d'autres) et en vérifiant si les thèmes et les situations didactiques exploités entraient dans nos catégories. Et pour nous assurer que les sous-domaines reprenaient les grands contenus mathématiques les plus importants, nous nous sommes à nouveau référés aux différents modèles cités ci-dessus en essayant simplement d'évacuer les inexactitudes mineures (voir plus haut) et de mieux distinguer, en matière de quantité, entre multitude et magnitude que ne le fait par ex. le projet PISA. L'analyse du test de validation[7] a en outre confirmé qu'il était possible d'appréhender les compétences dans les domaines choisis comme des sous-compétences indépendantes d'une compétence mathématique générale (cf. partie 6.6).

2.3 Légitimation des aspects de compétence

Le choix des aspects de compétence s'est étalé sur tout un processus de discussion relativement long, au cours duquel il a fallu approfondir et mettre en balance des points de vue complètement différents sur la notion de compétence et sur l'établissement d'une typologie. Outre la notion de compétence chez Weinert, sur laquelle se fonde l'expertise Klieme, trois autres ont été étudiées. Premièrement la *compétence en tant que (méta)capacité* à sélectionner et activer les savoir-faire requis pour résoudre un problème complexe. Si cette notion de compétence a pour avantage de distinguer nettement les compétences en tant que métacapacités par rapport aux capacités particulières, son défaut est qu'il faudrait alors introduire dans le modèle une multitude de compétences différentes pour répondre à la multitude de problèmes complexes envisageables. La deuxième notion de compétence se limite, tout comme la première, à la dimension cognitive et se réfère à une *taxonomie des objectifs pédagogiques* d'après Bloom et. al. Cette organisation taxonomique d'une hiérar-

[7] Pour chaque année scolaire envisagée, il est vrai, l'un ou l'autre domaines ont été laissés de côté, mais dans l'ensemble, tous les domaines ont été testés.

chie des objectifs pédagogiques est critiquée avant tout dans le milieu des mathématiciens didacticiens de langue allemande car elle est difficilement compatible avec les conceptions constructivistes. Enfin nous ne pouvions passer sous silence la *notion de compétence utilisée en pédagogie de la formation professionnelle*, dont s'écarte expressément l'expertise Klieme[8]. Pour continuer nos travaux et choisir une subdivision en types de compétence, nous nous sommes donc basés sur la *notion de compétence weinertienne de l'expertise Klieme*:

«D'après Weinert (2001, p. 27 sq.), les compétences sont les 'capacités et les aptitudes cognitives dont l'individu dispose ou qu'il peut acquérir pour résoudre des problèmes précis, ainsi que les dispositions et les capacités motivationnelles, volitives et sociales qui s'y rattachent pour pouvoir utiliser avec succès et responsabilité les résolutions de problèmes dans des situations variables'.» (Klieme 2003, p. 21)

Cette notion présente une différence décisive par rapport aux autres conceptions, notamment celles citées ci-dessus: elle dépasse les aspects cognitifs et comprend également des dimensions relevant de la motivation, de la volonté et de la sociabilité (cf partie 3.4 ci-après).

Lors de l'établissement des aspects de compétence, il a fallu à nouveau clarifier les différentes finalités générales et parvenir à une conception commune. Pour pouvoir être proposées, les typologies devaient satisfaire à trois critères: prendre pour référence les activités propres à une mathématicienne ou un mathématicien compétent, avoir un ordre qui ne puisse être pris ni pour hiérarchie, ni pour une chronologie, et réunir les actions activités en unités cohérentes (même en cas de chevauchement). Puis, à la lumière de ces réflexions générales, nous avons réanalysé les catégorisations du NCTM, du cadre d'évaluation de PISA 2003 et des décisions de la KMK sur les standards de formation en mathématiques:

1. la subdivision classique opérée dans les plans d'études suisses
2. les *process standards* (NCTM):
3. les *eight characteristic mathematical competencies* (PISA[9]):
4. les compétences mathématiques générales de la KMK[10]

---

[8] «Le terme de 'compétences', utilisé ici, doit donc être clairement distingué des notions de 'compétence dans le domaine du savoir', de 'compétence méthodologique', de 'compétence sociale' ou de 'compétence personnelle', issues de la pédagogie pour la formation professionnelle et largement utilisées. Les compétences doivent être comprises, ici, comme des dispositions de performance dans des disciplines ou des domaines précis». (Klieme 2003, p. 19).

[9] OCDE 2004c, p. 40f. On notera à ce propos que la présentation diffère sur quelques points de la conception originale OCDE 1999, qui parlait non pas de *competencies*, mais de *skills*. Cela montre une fois de plus la difficulté de trouver un système de catégories et de notions qui tienne compte de tous les aspects. Nous ne saurions entrer ici en détail sur les différences de conception entre les deux documents. Nous nous contenterons de citer les label utilisés à l'origine:

1. *Mathematical thinking skill.*
2. *Mathematical argumentation skill.*
3. *Modelling skill.*
4. *Problem posing and solving skill.*
5. *Representation skill.*
6. *Symbolic, formal and technical skill.*
7. *Communication skill.*
8. *Aids and tools skill.*

[10] KMK 2003a, p. 7

Derrière chacune de ces quatre classifications se cache une modélisation quelque peu différente si bien que l'on ne peut superposer purement et simplement les catégories correspondantes, même lorsqu'elles portent le même nom[11]. Contrairement aux autres, le modèle NCTM est en effet un modèle unidimensionnel dans lequel les cinq processus standard viennent s'ajouter aux cinq contenus standard comme par ordre d'énumération. Les huit compétences mathématiques caractéristiques indiquées doivent quant à elle s'interpréter à la lumière de la philosophie de PISA, qui est de développer des indicateurs permettant de mesurer si une société a bien préparé ses jeunes à la vie active[12], et où les compétences (ou sous-compétences) mathématiques

Plans d'études suisses	NCTM	PISA 2003	KMK
Disposer de connaissances et de capacités Faculté d'abstraction Effectuer des opérations mathématiques Se comporter de manière à résoudre des problèmes mathématiques	Problem Solving Reasoning and Proof Communication Connections Representation	Thinking and Reasoning Argumentation Communication Modelling Problem posing and solving Representation Using symbolic, formal and technical language and operations Use of aids and tools	Probleme mathematisch lösen mathematisch modellieren mathematische Darstellungen verwenden mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen kommunizieren mathematisch argumentieren

illustration 2-4

sont davantage celles requises ou utiles pour résoudre des problèmes (quotidiens). On le voit d'autant mieux si l'on sait que la distinction entre ces huit compétences mathématiques caractéristiques n'est qu'une étape intermédiaire en vue de la construction de *clusters de compétence*.[13] Seuls ces clusters (de reproduction, de connexion et de réflexion), différenciés en niveaux d'exigence, sont rapportés aux *overarching ideas* et enfin encore mis en relation avec un contexte précis (*personal, educational, occupational, public, scientific*). Quant aux compétences mathématiques générales du modèle de la KMK, leur formulation est très influencée par le modèle PISA, mais leur statut est quelque peu différent en ce sens qu'elles sont elles-mêmes (et non des clusters formés à partir d'elles) rapportées aux grands contenus mathématiques (même s'il est souligné que lesdites compétences s'acquièrent ou s'utilisent toujours en faisceau). En dehors de ces compétences mathématiques générales, le modèle de la KMK comprend également des compétences mathématiques *liées à des contenus*, que l'on doit comprendre comme des concrétisations des premières en fonction des grands contenus.

Contrairement à la conception de la KMK, les labels choisis par le consortium HarmoS Mathématiques ne doivent pas être rapportés à des *compétences* générales ou abstraites, mais renvoient à des *aspects de compétences ou types d'action* qui eux seulement doivent être rapportés à un contenu pour que l'on puisse parler de compétence. Cela permet d'une part de satisfaire plus simplement à l'exigence posée dans l'expertise Klieme, à savoir que les standards de formation doivent être formulés à un niveau d'abstraction moyen,[14] et d'autre part cela correspond à l'idée que l'on ne peut décrire de manière satisfaisante les aptitudes (et aussi les dispositions) uniquement par des contenus ou uniquement par des actions. Ce n'est que lorsque l'on dit clairement ce que quelqu'un est capable de faire à propos d'un contenu ou d'un thème que l'on décrit son aptitude ou sa compétence. Indiquer uniquement le contenu (par ex. le théorème de Pythagore) est aussi insuffisant que de parler d'une action (par ex. démontrer) ou une puissance d'action (savoir démontrer). En revanche, à partir

[11] Les auteurs du cadre d'évaluation mentionnent eux aussi cette difficulté: «*Similar formulations may be found in the work of many others (as indicated in Neubrand et al., 2001). Some of the terms used, however, have different usage among different authors.*» (OCDE 2003, p. 40)

[12] «*The aim of the OECD/PISA study is to develop indicators that show how effectively countries have prepared their 15-years-olds to become active, reflective and intelligent citizens from the perspective of their uses of mathematics. To achieve this, OECD/PISA has developed assessments that focus on determining the extent to which students can use what they have learned.*» (OCDE 2003, p. 55)

[13] OCDE 2003, p. 31; p. 41 sq.

[14] Klieme 2003, p. 32 sq.

d'une description de compétence à un niveau d'abstraction moyen (par ex. est capable de démontrer le théorème de Pythagore), il est possible de parvenir à des descriptions plus abstraites ou plus générales telles que dams le modèle PISA ou de la KMK. Cette manière de procéder, du concret à l'abstrait, du particulier au général, est plus facile à comprendre et repose sur une base théorique plus claire que la description de compétences abstraites ou générales, condamnée à rester très vague ou à recourir à des exemples de cas concrets.

Malgré ces différences, nous avons tenu compte des descriptions caractéristiques et générales des modèles PISA et KMK dans la définition des aspects de compétence. Mais nous y avons dans le même temps ajouté des éléments laissés hors champ en raison du niveau d'abstraction plus élevé des modèles PISA et KMK.

Aspects de compétences HarmoS:
Savoir, reconnaître et décrire Appliquer des procédures, utiliser des techniques Utiliser des instruments et des outils Formuler et représenter Modéliser Argumenter et justifier Analyser et interpréter des résultats Explorer et essayer

Ill. 2-5

Deux critères permettent à nouveau de légitimer le choix des aspects de compétences: d'une part, les catégories choisies *couvrent-elles les activités mathématiques caractéristiques* dans leur totalité et, deuxièmement, permettent-elles une *subdivision cohérente sur les plans pratique et théorique des activités, compétences et tâches mathématiques*? S'agissant du premier critère, il est évident (cf. l'illustration 2.4) que les catégories utilisées dans le modèle PISA et dans celui de la KMK se laissent ramener aux catégories HarmoS (pour autant que l'on fasse abstraction des significations différentes découlant de leurs contextes théoriques distincts).

A l'inverse, on voit que pour les quatre catégories *Savoir, reconnaître, décrire*; *Appliquer des procédures, utiliser des techniques*; *Analyser, interpréter des résultats*; *Explorer, essayer* utilisées dans HarmoS, il n'y a qu'une correspondance partielle, voire aucune correspondance. Restons un instant sur ces quatre catégories.

Pour l'aspect de compétence *Savoir, reconnaître, décrire*, nous sommes d'avis, avec Heinrich Winter[15], que l'enseignement des mathématiques ne devrait pas seulement appréhender celles-ci comme un moyen permettant de résoudre des problèmes, mais comme un monde ayant sa nature propre. Cet aspect des mathématiques n'intervient pas assez dans la philosophie de PISA et de l'OCDE,[16] ce qui a incité le consortium PISA allemand à compléter dans ce sens le test international.[17] L'appellation générique *Savoir, reconnaître, décrire* recouvre à la fois des connaissances mathématiques de base pouvant se rapporter à des objets, conceptions, terminologies, théorèmes, histoires, etc. mathématiques, et la capacité à reconnaître et décrire des schémas et des structures, même indépendamment d'une situation de résolution de problème typique.

Le consortium PISA allemand lors de l'enquête a également ajouté des items que l'on pourrait classer sous la catégorie HarmoS *Appliquer des procédures, utiliser des techniques*. Le consortium allemand le justifie en disant qu'il faut «tenir compte de manière appropriée de l'orientation calcul qui existe réellement dans l'enseignement des mathématiques en Allemagne».[18] Si l'on considère la Suisse et la finalité d'HarmoS, il semble également judicieux d'élever le groupe *Appliquer des procédures, utiliser des techniques* au rang d'aspect de compétence à part entière.

Nous avons fait d'*Analyser, interpréter des résultats* un aspect de compétence à part entière car l'aptitude et la disposition à réfléchir constitue généralement un élément important de la compétence, comme l'exprime la citation de la Commission DeSeCo qui voici, à propos des compétences clés:

---

[15] Winter 1995, p. 37

[16] Sur la question de savoir si le cadre PISA peut être repris comme base pour le projet HarmoS, cf. Linneweber-Lammerskitten/Wälti 2005.

[17] «*Allerdings gehört zu den Zielen einer „mathematischen Grundbildung", etwa im Sinne der oben zitierten Aufgaben eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts, zusätzlich der Hinweis darauf, dass Mathematik auch als „eine deduktiv geordnete Welt eigener Art" (Winter 1995), gelöst von phänomenologischen Verankerungen, gesehen werden kann und soll. Dieser Aspekt ist in der PISA-Konzeption eher unterrepräsentiert.*» (Neubrand u.a. 2001, p. 47)

[18] Neubrand et al. 2001, p. 48

«*There is a consensus among experts that recalling accumulated knowledge, thinking abstractly, and being well socialized are not sufficient. Reflectivity - a critical stance and reflective practice - has been identified as the required competence level to meet the multifaceted demands of modern life in a responsible way. Thus, reflectivity represents a transversal characteristic of key competencies.*» (DeSeCo 2003, 3-4)

Le fait d'analyser et d'interpréter les résultats est tout particulièrement important:

«*Unsere empirischen Beobachtungen haben im großen und ganzen bestätigt, daß die Kontrollmechanismen bei den meisten Schülern schwach entwickelt sind. Sie können meist weder Begründungen noch Widerlegungen durchführen. Z.B. setzen die meisten Schüler erst Zahlen ein, wenn dies von ihnen verlangt wird, tun dies aber eher selten von sich aus. Generell mangelt es vielen Schülern an einer kritischen Einstellung zu ihren Umformungstätigkeiten; sie kommen oft gar nicht auf die Idee, daß an ihren Umformungen etwas falsch sein könnte und kontrollieren daher ihre Rechnungen nicht.*» (Malle 1993, 162)

Selon les mathématiciens didacticiens, la manière de faire sien un savoir mathématique ne coïncide pas avec la manière dont on le présente à la fin, la première étant faite d'explorations tactiques accompagnées d'erreurs, ce qui surprend encore bon nombre de parents et d'élèves. Il nous semble donc important de consolider cette dimension méthodologique en plus de l'argumentation et de la démonstration.

Personne ne conteste assurément que les deux catégories Modéliser et Argumenter, justifier représentent des aspects de compétence mathématique essentiels. La catégorie Utiliser des instruments et des outils est sans doute appelée à prendre de plus en plus d'importance, raison pour laquelle nous ne l'avons pas fait apparaître comme un sous-type de la catégorie Savoir, reconnaître, décrire. Si l'on se réfère aux indicateurs de l'ère de la communication ou de l'information, la catégorie Formuler, représenter mérite d'être traitée à part entière, quand bien même elle apparaît également en tant que sous-type dans tous les autres aspects de compétence. Pour ces deux derniers aspects de compétence, nous n'avons pas développé d'items pour les tests, car les compétences en question auraient requis des procédures de test et des infrastructures relativement coûteuses (ordinateurs, tests oraux, travaux écrits assez longs).

Pour les six aspects de compétence testés au niveau de la 11^e^ année, l'analyse du test de validation a en outre confirmé que les compétences auxquelles ils correspondent pouvaient être comprises comme des sous-compétences d'une compétence mathématique générale.

2.4 Procédé méthodologique d'acquisition des *can do*

Un problème difficile d'ordre général dans la conception des standards de formation réside dans le fait que ces derniers doivent non seulement être formulés à un niveau d'abstraction moyen,[19] mais également être convertibles en tâches et échelle de scores.[20] Le projet HarmoS a de plus été confronté à un problème supplémentaire, lié au premier, celui des traditions diverses que connaissent les régions linguistiques et culturelles de la Suisse, et qui se traduisent en des plans d'études différents et en des conceptions didactiques distinctes. Chaque tentative de trouver un consensus risque d'aboutir sur le plan abstrait à une formulation tellement vague qu'elle en devient ambiguë et, sur le plan concret, à un résultat qui laisse trop à désirer.

En réponse au premier problème s'offre la possibilité de distinguer entre une description abstraite de ce que les élèves possédant telle ou telle (sous-)compétence sont capables de faire (*can do*) et une énumération concrète des aptitudes et savoir-faire appartenant à ladite compétence. Les descriptions de compétence qui indiquent de manière explicite ce dont quelqu'un est capable, nous les avons baptisées «descriptions des *can do*», ou tout simplement *can do*.[21] Le second problème a été résolu en prenant pour base une procédure en plusieurs étapes. De quoi devraient être capables les élèves de telle année en ce qui concerne l'aspect de compétence x dans le domaine de compétence y?»

---

[19] entre le niveau des objectifs généraux de l'éducation et celui des valeurs de test; cf. Klieme 2003, p. 30 sq.
[20] Cf. Klieme 2003, p. 30
[21] Toutes les sortes de descriptions ne satisfont pas à cette condition. Les expressions telles que «compétence géométrique» ou «compétence argumentative» ne se rapportent ni à une chose dont on est capable, ni à un domaine bien délimité.

Un exemple permettra d'expliciter la première solution. Nous avons finalement formulé à un niveau d'abstraction moyen[22] ce que les élèves sont censés être capables de faire à la fin de la 11e année dans le domaine de compétence *Fonctions* en ce qui concerne l'aspect de compétence *Savoir, reconnaître et décrire,* de la manière suivante:

«Les élèves sont capables d'expliquer la notion de fonction (comme correspondance entre deux ensembles). Ils connaissent les principaux termes techniques et symboles se rapportant aux fonctions ainsi que les conventions de leurs représentations graphiques. Ils sont capables de différencier plusieurs types de fonction (notamment distinguer les fonctions affines des autres fonctions).»

Cette description abstraite de la compétence mathématique sur le plan *can do* a été complétée d'une présentation synthétique de descriptions plus concrètes désignant les aptitudes et savoir-faire compris sous cette compétence de l'avis des experts issus des différentes régions linguistiques et culturelles, par ex.

«Reconnaître les relations entre des grandeurs (proportionnalité directe, indirecte, non-proportionnalité)…»

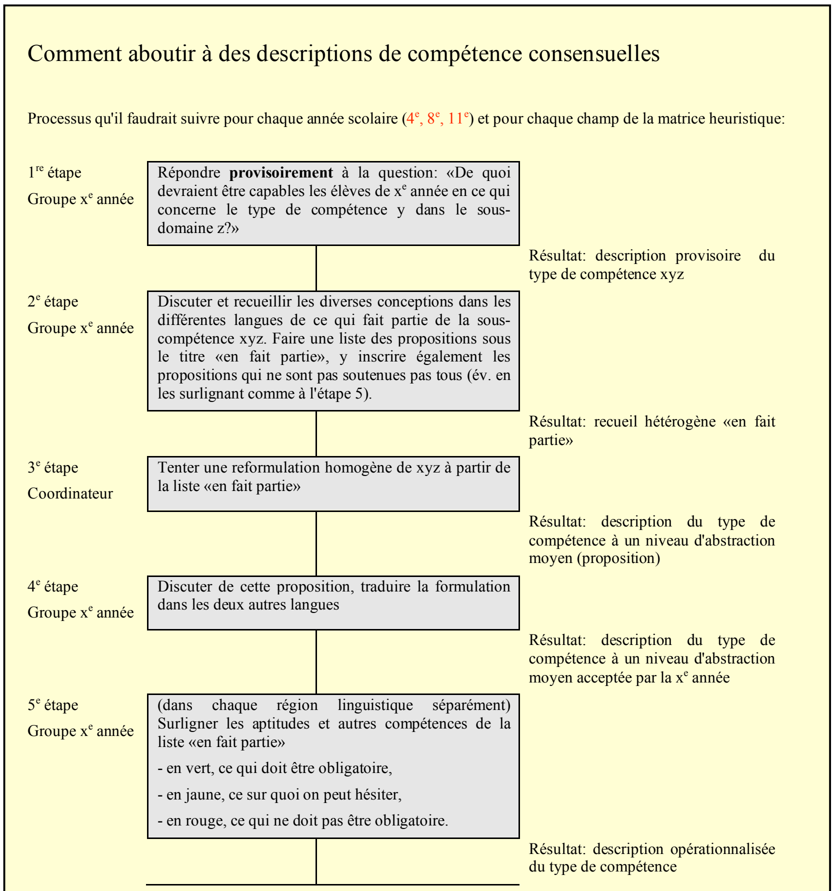


illustration 2-6

Nous avons également intégré certaines propositions de concrétisation qui n'étaient pas soutenues par toutes les régions linguistiques/culturelles et traité séparément des variantes qui posaient des exigences plus ou moins générales. S'agissant du second problème, l'illustration 2.6 présente le processus (idéal) au sein des groupes formés pour chaque année scolaire envisagée. Pour commencer, le groupe cherchera sur le plan abstrait une formulation soutenue par tous (définition du consensus sous la forme d'une formulation provisoire des *can do*). Puis chaque membre du groupe présentera ce qui, selon lui, entre dans cette catégorie ou pourrait être discuté. Des avis divergents seront parfois exprimés. Il faudra tous les inscrire et éventuellement les évaluer lors de cette phase déjà, ou ultérieurement (par région linguistique), en les surlignant en couleur (en vert, ce qui doit être obligatoire, en jaune, ce sur quoi on peut hésiter, en rouge, ce qui ne doit pas être obligatoire). Cette manière de faire permet par la suite, par exemple au moment de la conception des tâches, de modifier des propositions rejetées dans un premier temps. Elle évite simultanément une «négociation» aboutissant à des formulations qui soit ne disent rien ou presque, soit sont triviales. Le surlignage en rouge offre enfin la possibilité de formuler de manière explicite ce qui ne fait pas partie de la compétence en question.

Le critère permettant de déterminer ce qui fait partie d'une compétence devrait être en priorité un critère fonctionnel ne faisant encore aucun cas (ou presque) de la différenciation entre standards minimaux et maximaux.[23] Il s'agit ici tout d'abord de décrire concrètement les aptitudes et les savoir-faire qui (de l'avis de

[22] Cf. Klieme 2003, 32 sq.
[23] au sens de Klieme 2003, p. 32

chaque membre) font partie ou non du noyau spécifique de la formulation *can do* proposée. Au stade suivant (lors de l'évaluation et du surlignage), on peut parfaitement prendre en considération le fait que les standards HarmoS doivent être conçus comme des standards minimaux ou standards de base: on peut par exemple surligner en jaune ou en rouge les aptitudes qui font effectivement partie du noyau de la compétence, mais qui semblent trop exigeants dans l'optique de standards de base. Le mieux est encore, dans un tel cas, de parvenir à une proposition acceptable moyennant de légères restrictions ou autre retouches.

Lors d'une troisième étape, une personne qui n'a pas participé aux discussions, et qui peut donc porter un regard extérieur, retravaille la formulation provisoire des *can do*. La quatrième étape aboutit à des formulations acceptées par la majorité au sein du groupe et qui peuvent alors être traduites. Une cinquième étape est consacrée à relire encore une fois les descriptions des aptitudes, à attribuer des couleurs et à réexaminer les évaluations déjà faites.

Avec les descriptions plus spécifiques et plus concrètes des aptitudes et des savoir-faire, les *can do* forment donc la base de

- la construction des tâches,
- la classification des tâches,
- la conception des niveaux de compétence, et
- la conception des propositions de standards de formation et l'argumentation qui s'y rattache.

3 Le modèle de compétences à l'échelle macro

Dans la conception de l'expertise Klieme, les modèles de compétences ont pour fonction de classer en un système[24] les exigences en termes de compétences qui sont fixées dans les standards de formation. La matrice que nous avons présentée au chapitre précédent (cf. ci-avant l'illustration 2-1), qui rapporte entre eux cinq domaines et huit aspects de compétence, constitue un outil méthodologique fort utile à la mise en place d'un système de classement. Dans les faits, on doit toutefois tenir compte encore d'autres composantes supplémentaires, à clarifier sur le plan théorique avant d'intégrer au modèle. Le modèle de compétences HarmoS Mathématiques distingue par conséquent les composantes ou dimensions suivantes:

1) *domaines de compétence*: une compétence mathématique se réfère pour commencer à l'un ou l'autre domaine[25] des mathématiques (par ex. Géométrie ou Analyse des données).
2) *aspects de compétence*: une compétence mathématique se réfère ensuite à un type d'action (par ex. Appliquer des procédures, utiliser des techniques ou Argumenter, justifier).
3) *niveaux de compétence / niveaux d'exigence*: une compétence mathématique, ou mieux, des compétences mathématiques peuvent être reconnues chez des individus de manière plus ou moins marquée, c'est-à-dire à un certain niveau d'habileté. Les élèves sont répartis en niveaux de compétence en fonction de ce qu'ils savent faire. Les tâches sont elles aussi classées sur la même échelle en niveaux de compétence en fonction de la difficulté empirique mesurée.
4) *dimension du développement*: une compétence mathématique peut se développer. La présentation des compétences doit, par conséquent, se référer à l'une ou l'autre année de scolarité.
5) *dimension non cognitive*: une compétence mathématique n'est pas faite que de connaissances et de savoir-faire, elle comprend également des aspects émotionnels et sociaux.[26]

3.1 Domaine et aspect de compétence

Puisque nous avons discuté déjà en détail les deux premières dimensions dans le chapitre précédent, nous nous limiterons ici à apporter quelques restrictions nécessaires en ce qui concerne les élèves de 4^e^ année, en raison de leur âge ou plutôt de leur développement (voir également à ce sujet le chapitre 7).

Le modèle de compétences pour la 4^e^ année se compose de deux domaines de compétence: Nombres & opérations et Géométrie. Nous devons le limiter à ces deux catégories pour des raisons liées aux mathématiques et à la psychologie développementale. L'apprentissage des mathématiques dans les premières années de scolarité a pour objectifs la compétence numérique (savoir compter), la construction des nombres, la compréhension des relations mutuelles dans le champ des nombres de 1 à 100, la construction de la maîtrise des procédures d'addition et de soustraction et la capacité de distinguer, nommer, décrire et explorer des formes géométriques. La catégorie Grandeurs et mesures n'apparaît pas comme un domaine propre car les élèves font alors seulement leurs premières expériences en la matière. Nous avons toutefois retenu certains contenus lors de la concrétisation au moyen d'exemples de tâches pour le domaine Nombres & opérations.

---

[24] «Les standards de formation concrétisent les objectifs sous forme de compétences exigées. Ils fixent les compétences dont un(e) élève doit disposer, quand des objectifs majeurs de l'enseignement doivent être considérés comme atteints. Les exigences posées sont organisées de façon systématique à travers les modèles de compétence qui exposent les aspects, les degrés et les progressions des compétences.» (Klieme 2003, p. 18)

[25] Le terme «domaines» est à comprendre au sens premier et non comme évoquant des thèmes ou des sous-disciplines, même si la nuance n'a que peu d'incidences sur notre modèle.

[26] Cf. définition de Weinert in Klieme 2003, p. 21

Nous avons également dû réduire quelque peu les aspects de compétence pour la 4e année. Il n'est en effet possible de formuler que très peu d'exigences de performance pour la 4e année, notamment sur les types de compétence qui reposent sur la communication et la réflexion. A huit ans, les élèves sont sans doute capables de formuler leurs arguments, mais ils utilisent en règle générale leur langage quotidien et se concentrent souvent sur leurs expériences et leurs interprétations personnelles. Difficile par conséquent d'évaluer de tels raisonnements. De plus, la manière encore limitée dont les enfants de huit ans savent s'exprimer par écrit fait que l'examen de leurs compétences est compliqué et demande du temps.

Il s'avère donc difficile, pour des raisons théoriques, mais aussi au vu des résultats empiriques, de classer les compétences entre les aspects Appliquer des procédures, Modéliser et Explorer. Par conséquent, nous avons fusionné les aspects de compétence pour la 4e année de la manière suivante:

- parler des mathématiques et y réfléchir: Représenter, argumenter, interpréter
- résoudre des problèmes mathématiques: Modéliser, appliquer des procédures, explorer

3.2 Niveaux de compétence / niveaux d'exigence

Les niveaux de compétence ne définissent pas des compétences différentes, mais des intensités ou des degrés différents d'une seule et même compétence. Prenons quelques exemples: on peut posséder à un haut degré ou au degré le plus bas, si l'échelle compte beaucoup d'échelons, la compétence de transcrire en un modèle mathématique une situation réelle donnée avec les ressources mathématiques dont on dispose en 8e année, selon que l'on est à même d'amener de cette manière à une résolution des situations même très complexes ou que l'on y parvient seulement avec des situations simples. On peut démontrer la compétence de résoudre une équation linéaire pour une tâche facile, telle que $2x=8$, ou pour une tâche plus difficile comme $\sqrt{2}z - 1.723*10^{-5} = \sqrt{8}$, etc.[27] Il ne faut donc pas confondre, comme cela se produit quelquefois, la différenciation en niveaux de compétence avec la distinction d'années scolaires ou de stades du développement individuel: la première porte sur des degrés différents de la même compétence, la seconde sur différentes descriptions de compétences concrètes. Il n'y a de ce fait dans le modèle de compétences HarmoS Mathématiques (ni du reste pour aucune autre raison) pas de chevauchement entre le plus haut niveau de telle année scolaire avec le plus bas niveau de l'année supérieure. L'idée n'est pas non plus que l'élève doive atteindre le plus haut niveau de telle année scolaire pour pouvoir acquérir les compétences de l'année supérieure.

Pour les différents niveaux de compétence des élèves, nous avons validé des tâches du niveau de compétence correspondant, que les élèves sont censés savoir résoudre.[28] Nous traiterons cette question plus en détail dans le chapitre suivant.

3.3 Dimension du développement

Le modèle de compétences HarmoS Mathématiques est, en un certain sens, un modèle «cumulatif».[29] Même si les compétences décrites pour les années inférieures ne le sont pas explicitement à nouveau dans les descriptions des années supérieures, le modèle implique que les compétences acquises antérieurement restent

[27] Le second exemple exige naturellement des aptitudes mathématiques supplémentaires, mais il est judicieux de parler de la même compétence dans les deux cas car sinon, on devrait distinguer une multitude incalculable de «compétence de résolution d'équations linéaires» différentes.

[28] La distinction entre les niveaux de compétence est axée sur les différentes capacités de maîtriser des situations réelles plus ou moins difficiles et non pas de savoir résoudre des *tâches de tel ou tel type*. Dans les faits, diverses raisons font toutefois que les descriptions des niveaux doivent se référer à des tâches plutôt qu'à des situations réelles.

[29] La cumulativité exigée des «bons» standards de formation par l'expertise Klieme (Klieme 2003, p. 259) doit être interprétée avec prudence. La constitution du savoir dans les sciences ne progresse pas de manière continue, bien au contraire; elle passe par des ruptures, des «révolutions scientifiques» (Thomas Kuhn). Sur le plan individuel, le développement du savoir ne connaît pas non plus constamment une croissance continue.

présentes ultérieurement.[30] Il ne faut toutefois pas s'attendre à ce qu'un niveau atteint une fois se maintienne dans tous les cas. Le modèle ne présuppose pas non plus qu'un élève doive passer par tous les niveaux d'une année inférieure pour pouvoir acquérir les compétences d'une année supérieure. Dans les faits, l'ordre d'acquisition des compétences reproduit ici (du moins pour ce qui est du passage de la 8e année à la 11e) ne repose pas exclusivement sur des impératifs logiques, didactiques ou psychopédagogiques, mais est déterminé en grande partie par les plans d'études traditionnels. Le consortium s'est efforcé à ce sujet de trouver, au moment de l'adaptation, des compromis qui semblent acceptables à toutes les régions culturelles de la Suisse. Pour la 8e année, il a respecté dans certains cas des différences curriculaires culturelles et renoncé à établir pour ces compétences une formulation qui aurait impliqué une trop grande réorganisation pour l'une ou l'autre région où la tradition est orientée différemment.

3.4 Dimension non cognitive: sociale et affective

L'expertise Klieme sur les standards nationaux de formation repose sur une notion de compétence recouvrant non seulement des éléments cognitifs, mais également des moments impliquant la motivation, la volonté et la sociabilité. Ces moments non cognitifs ont d'ailleurs posé quelques problèmes lors de l'établissement du modèle de compétences. S'il est vrai que l'importance de la motivation pour l'apprentissage n'est pas contestée par les didacticiens, certains ne reconnaissent pas toujours formellement que ces moments tels que les conçoivent Weinert et la DeSeCo ne sont pas à comprendre uniquement comme des facteurs nécessaires ou favorables à l'apprentissage, mais comme des éléments constitutifs de la notion de compétence. Lorsque la commission d'experts DeSeCo recommande de choisir une notion de compétence «*in which a competence is defined as the ability to meet demands or carry out a task successfully, and consists of both cognitive and noncognitive dimensions*» (DeSeCo 2002, p. 8), elle montre clairement que la compétence comprend, outre ses éléments cognitifs, également des éléments non cognitifs. Cette combinaison entre éléments cognitifs et non cognitifs est ce qui différencie la compétence de simples capacités et aptitudes (*skills*):

«*A competence is defined as the ability to successfully meet complex demands in a particular context. Competent performance or effective action implies the mobilization of knowledge, cognitive and practical skills, as well as social and behavior components such as attitudes, emotions, and values and motivations. A competence – a holistic notion - is therefore not reducible to its cognitive dimension, and thus the terms competence and skill are not synonymous.*» (DeSeCo 2003, p. 2-3)

C'est en ce sens qu'il faut également interpréter la définition de Weinert que nous avons déjà citée, lui qui a largement contribué au projet DeSeCo. Pour l'enseignement des mathématiques, il est particulièrement important de tenir compte des moments affectifs, comme le souligne Erich Wittmann:

«*Seit Mitte der siebziger Jahre jedoch wächst zunehmend die Einsicht, dass sich die Betrachtung des affektiven Bereiches aus mehreren Gründen nicht aus der Mathematikdidaktik ausklammern lässt. Erstens setzt das Lernen kognitive Strategien, wie z.B. Winter deutlich aufgezeigt hat, affektive Dispositionen voraus: die Fähigkeit, zu mathematisieren, sich forschend-entdeckend zu betätigen oder zu argumentieren muss ergänzt werden durch die Bereitschaft, es zu tun. Zweitens ist es unübersehbar, dass dem Mathematikunterricht gewollt oder ungewollt affektive Nebenwirkungen hat, insbesondere solche, die höchst unerwünscht sind. Drittens gehört der affektive-ästhetische Bereich unbedingt dazu, wenn 'Erziehung' so breit wie in Abschnitt 7.2 gesehen und der Schüler nicht nur als Objekt, sondern auch als Subjekt des Unterrichts aufgefasst wird.*» (Wittmann 1981, p. 56)

Le modèle de compétences HarmoS Mathématiques envisage les moments non cognitifs de la compétence comme deux dimensions supplémentaires: la dimension «sociale» et la dimension «affective», la dernière englobant les composantes dites motivationnelles et volitionnelles chez Weinert.

La prise en considération de moments non cognitifs complique cependant la conception de modèles de compétences et de standards de formation. Elle pose essentiellement les problèmes suivants:

[30] Loin de prétendre ici que l'acquisition des compétences doit absolument suivre cette construction dans tous les cas, nous suivons essentiellement les plans d'études des différents cantons ainsi que les standards de formation développés dans d'autres pays lorsque nous ne pouvons nous appuyer sur les résultats de la recherche.

- les moments non cognitifs ne sont pas (ou pas encore) vérifiables de la même façon que les moments cognitifs ;
- l'idée qu'une compétence comprend, outre les éléments cognitifs, également des éléments non cognitifs n'est pas suffisamment répandue; on doit donc s'attendre à rencontrer quelques réticences ;
- un traitement différencié des dimensions non cognitives a d'importantes implications sur le calendrier et sur le budget ;
- la description des moments affectifs par des tournures telles que «*sind fähig und bereit*» est assez lourde et, de surcroît, peu aisée à rendre en français et en italien ;
- il en va de même pour la description des composantes sociales telles que «seuls ou en collaboration avec d'autres» ;
- une description des compétences faisant explicitement référence à tous les moments est très complexe et très difficile à comprendre.

Pour les raisons qui précèdent, nous avons limité à un minimum absolu la prise en compte des deux dimensions non cognitives, mais il ne faudrait pas en conclure que nous accordons peu d'importance à ces dimensions. Au cours de la conception du modèle de compétences, nous avons exprimé les composantes affectives en plus des composantes cognitives («est capable de et prêt à»).[31] Mais, pour améliorer la lisibilité du modèle (et l'accueil qui lui sera fait),[32] nous avons pris la décision de formuler les compétences dans les matrices des *can do* sans indication non cognitive explicite et, en lieu et place, d'aborder ici brièvement la question de la dimension sociale et affective.

Il est certain que l'importance respective des moments cognitifs et non cognitifs varie généralement d'une compétence à l'autre. Dans les stratégies dites cognitives chez Wittmann, par exemple, il est aisé de comprendre que la *capacité* de modéliser, d'explorer ou d'argumenter ne peut être désignée comme une compétence qu'en présence de la *disposition* à faire usage de ces capacités. Pour les compétences consistant davantage à appliquer des procédures ou à utiliser des techniques, la disposition a une moindre importance: on dira aussi de quelqu'un qu'il est compétent s'il possède ces capacités, mais n'est que peu enclin à y recourir. Par conséquent, un certain nombre de compétences, par ex. celles du type Formuler, représenter, requièrent des capacités et des dispositions non seulement cognitives mais aussi sociales, tandis que c'est moins le cas pour d'autres. Nous attendrons toutefois d'une ou d'un mathématicien compétent qu'il ou elle fasse preuve d'une disposition générale à faire usage de ses aptitudes cognitives par rapport à *tous* les domaines et aspects de compétence, qu'il ou elle s'intéresse aux thèmes et méthodes mathématiques, accomplisse des activités mathématiques non seulement correctement, mais encore avec plaisir, etc. Une forte répulsion vis-à-vis de l'un ou l'autre domaine ou, plus souvent, aspect de compétence malgré la possession des aptitudes cognitives requises est un signe qu'il s'agit de *skills* plutôt que de véritables compétences. En guise de premier pas, nous avons établi un questionnaire sur la motivation (cf. annexe 1) et l'avons fait remplir par les élèves de 11^{e} année lors du test de validation. Vous trouverez une analyse succincte de ce questionnaire à l'annexe 2, le rapport final interne en donnant une analyse circonstanciée.

3.5 Sous-modèles

Si l'on rapporte simplement deux ou trois des composantes énoncées dans le chapitre précédent, on obtient des sous-modèles bi- ou tridimensionnels pouvant être soit plutôt abstraits (si l'on fait abstraction des autres composantes), soit plutôt concrets (si l'on s'arrête par ex. à une année scolaire précise ou à un aspect de com-

---

[31] Nous n'avons pas intégré la dimension sociale dans nos formulations.

[32] En Allemagne, on trouve en revanche plus souvent des combinaisons comme «capacité et disposition», par ex. dans le manuel de la KMK pour l'élaboration des plans d'études pour la formation professionnelle (KMK 2000, p. 9; Hilbert Meyer 1978, p. 89).

pétence précis). Chacun de ces sous-systèmes peut lui-même, comme dans le cas de la matrice heuristique, être utilisé comme guide pour la conception d'un modèle, en traitant de manière systématique des questions telles que: «Quels sont, abstraction faite de la diversité des domaines de compétence, les facteurs pouvant faciliter ou compliquer les tâches du domaine Argumenter, justifier?».

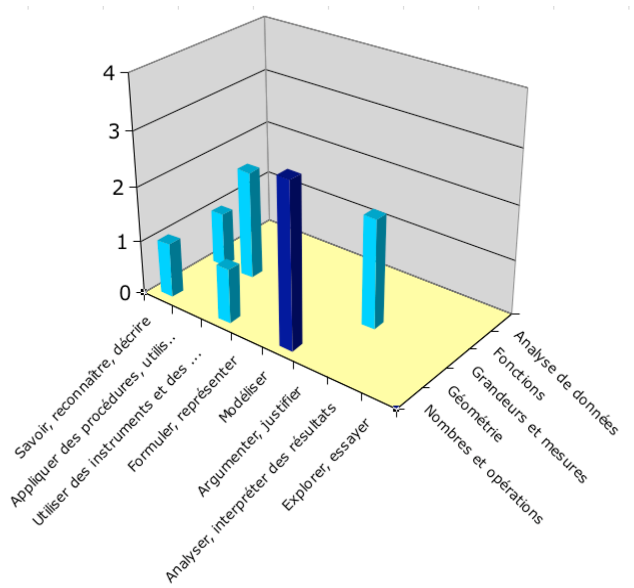


illustration 3-1

L'illustration 3-1 présente un modèle tridimensionnel gradué dans lequel la matrice heuristique forme le plan et où la hauteur des colonnes donne le niveau de compétence.[33] Ce modèle laisse entrevoir 160 expressions différentes de la compétence (en rapportant les 40 champs de la matrice du plan aux 4 niveaux de compétence). Cela n'aurait assurément aucun sens de vouloir les verbaliser toutes.[34] Ce modèle est toutefois très utile pour la conception et la classification des tâches du test. Il faut à vrai dire y apporter une restriction théorique. Même si, dans nos travaux, nous avons relié chaque tâche à l'une de ces 160 positions possibles du modèle, nous ne prétendons pas par là qu'elle permet de saisir de manière isolée un seul type ou domaine de compétence. Cela signifie simplement que la tâche a pour aspect central le type ou domaine de compétence dont il est question. Dans les faits, on ne peut jamais isoler complètement les types de compétence lorsque les données d'une tâche sont substantielles. Face à ce problème, deux attitudes sont possibles. Le projet PISA de même que la formulation de standards de formation en Allemagne ont renoncé à formuler des tâches qui soient centrées si possible sur un aspect («compétence générale»).[35] Mais puisque notre projet a pour enjeu une harmonisation, il nous paraît important de formuler des tâches qui illustrent le mieux possible les cellules de la matrice cubique. De plus, il n'est pas toujours possible d'éviter que la résolution d'une tâche requière par exemple des compétences de champs différents de la matrice. La tâche a dans ce cas été relié à la description de la compétence qui, de l'avis du Consortium HarmoS Mathématiques, joue un rôle central pour la résolution.

---

[33] Il serait dans l'ensemble possible, même si peu fonctionnel, de concevoir des standards de formation qui donnent des indications très différenciées par années scolaires envisagées pour les 40 champs du plan.
[34] Nous montrerons au plan micro comment nous avons résolu ce problème.
[35] «*OECD/PISA does not intend to develop test items that access the above competencies individually*» OCDE 2003, p. 41.

4 Le modèle de compétences à l'échelle méso

4.1 Les matrices des *can do* de 4e, 8e et 11e années

Pour les groupes d'experts des années scolaires envisagées, la matrice heuristique a servi de cadre de référence pour la formulation des compétences à un niveau d'abstraction moyen (*can do*). Le résultat obtenu sous forme de matrices des *can do* pour les 4e, 8e et 11e années est présenté ci-après sur des doubles pages dans chapitres 4.3 à 4.5. Cette présentation permet d'avoir, sous une forme extrêmement compacte, une vue d'ensemble sur la totalité des descriptions de compétence d'une année scolaire. L'illustration 4.1 reproduit un extrait de la matrice des *can do* de 11e année.

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	
Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves comprennent et utilisent des termes techniques de l'arithmétique et de l'algèbre (notamment : "équation, "inéquation", „terme", "variable", "inconnues", "solution", "estimer" que "arrondir", "diviseur", "multiple", "nombre premier", "racine carrée", "racine") et connaissent différentes représentations des nombres (code décimal, fractionnaire, „pour cent", écriture scientifique, notation exponentielle de base réelle et d'exposant entier positif).	Les élèvent connaissent les principaux termes et concepts de la géométrie du plan et de l'espace. Ils sont en mesure d'identifier dans l'environnement quotidien des figures planes et des solides, de les décrire avec un langage adéquat et de les classifier à l'aide de leurs propriétés. Ils connaissent les théorèmes fondamentaux de la géométrie du plan (par exemple : théorème de Pythagore, Somme des angles internes d'un triangle).	Les élèves connaissent les grandeurs usuelles (en particulier de longueur, aire, volume, capacité, masse/poids, temps, vitesse) et les unités de mesure les plus importantes. Ils connaissent l'organisation du système métrique fondée sur le système décimal et les représentations utilisant les puissances de dix. Ils connaissent la signification des préfixes : mega, kilo, déci, centi, milli et sont en mesure de les associer aux puissances de dix correspondantes.	Les fonc ense ques port leur: diffe parti aux
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Les élèves peuvent effectuer les quatre opérations de base avec des nombres donnés par leur code décimal, fractionnaire ou en notation exponentielle simple (en particulier le notation scientifique). Selon la complexité, ils sauront effectuer ces opérations mentalement, par écrit ou avec un outils de calcul. Ils peuvent estimer et arrondir des résultats. Ils peuvent résoudre des équations et des systèmes d'équations simples et utiliser les propriétés des opérations pour simplifier des expressions algébriques.	Les élèves sont capables de représenter des figures géométriques dans le plan cartésien. Ils peuvent effectuer des constructions géométriques et effectuer des calculs et des transformations liés à des figures géométriques. Ils savent représenter les principaux solides de diverses manières, de même qu'estimer et calculer des longueurs, aires et volumes liés à ces solides.	Les élèves sont capables d'exécuter des calculs avec des grandeurs (simples et aussi composées, en particulier la vitesse) et d'effectuer des transformations d'une unité de mesure à l'autre. Ils peuvent calculer des distances en grandeur réelle à partir de cartes et de plans dont l'échelle est donnée.	Les ples, argu forn ou d réso prop déte men tion:
...nts, des	Les élèves connaissent les fonctions importantes d'une calculatrice de poche (+, -, *, /, =,	Les élèves savent utiliser la règle, le compas et équerre et rapporteur pour résoudre des	Les élèves sont capables de choisir le moyen	

illustration 4-1

Les *can do* formulés dans les différentes cellules ne font pas encore de différence quant au niveau de compétence. Pour déterminer ce niveau (en fin de compte empiriquement, par des moyens psychométriques), toute une série d'items de test ont été conçus et classés provisoirement sur quatre niveaux de compétence selon une triple grille de critères. Le classement définitif et la détermination des niveaux ont été effectués sur la base des résultats empiriques une fois les tests de validation analysés (cf. paragraphe ci-dessous).

4.2 Grille des niveaux de compétence des tâches de 8e et de 11e année

Avant toute chose, il convient de faire une distinction entre une appréciation de la difficulté basée d'une part sur des considérations mathématiques et didactiques et, de l'autre, sur des procédures psychométriques.[36] Le projet HarmoS a utilisé les deux méthodes. Toutes les tâches et tous les items ont été attribués à l'un des qua-

[36] Le rapport des deux approches avec la difficulté n'est pas encore établi assez clairement, raison pour laquelle nous juxtaposons les deux conceptions sans les évaluer.

tre niveaux de compétence avant le test empirique, en fonction de considérations mathématiques et didactiques. Pour déterminer ces niveaux, nous nous sommes principalement appuyés sur les travaux de Regina Bruder (Bruder 1998), Michael Neubrand (Neubrand 2005) et Werner Blum (Blum 2006), en nous limitant toutefois aux trois facteurs centraux que voici:

1. **Difficulté liée à l'énoncé:** la difficulté à comprendre la tâche telle qu'elle est posée.
2. **Difficulté liée à la complexité des étapes requises ou à la résolution de la tâche:** la proportion d'étapes de réflexion complexes requise pour résoudre la tâche.
3. **Difficulté mathématique:** les connaissances et aptitudes mathématiques requises pour résoudre la tâche.

	Géométrie	Nombres et opérations	Fonctions	Analyse de données	N	Item	tot
Savoir, reconnaître, décrire	2	6	5	8	I	21	
	3	4	2	2	II	11	
	6	2	2	2	III	12	
	0	0	3	0	IV	3	**47**
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	1	4	5	2	I	12	
	3	3	4	2	II	12	
	1	2	2	1	III	6	
	1	2	3	0	IV	6	**36**
Modéliser	1	6	1	7	I	15	
	5	3	3	3	II	14	
	3	6	2	3	III	14	
	2	5	7	2	IV	16	**59**
Argumenter, justifier	2	2	3	1	I	8	
	2	1	6	1	II	10	
	2	2	0	4	III	8	
	2	4	2	2	IV	10	**36**
Analyser, interpréter des résultats	1	1	2	5	I	9	
	4	7	6	3	II	20	
	3	5	3	5	III	16	
	0	0	0	0	IV	0	**45**
Explorer, essayer	2	2	2	1	I	7	
	3	5	2	1	II	11	
	7	5	0	1	III	13	
	5	3	0	2	IV	10	**41**
I	9	21	18	24		72	
II	20	23	23	12		78	
III	22	22	9	16		69	
IV	10	14	15	6		45	
tot	**61**	**80**	**65**	**58**		264	264

illustration 4-2

Avant la réalisation des tests, chaque item a été provisoirement classé sur l'un des niveaux de compétence en fonction de ces facteurs,[37] moyennant une comparaison des aspects suivants:[38]

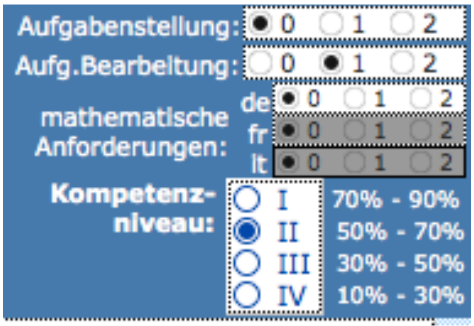


illustration 4-3

1. **Difficulté liée à l'énoncé:**
   - longueur du texte (court – long)
   - familiarité du contexte (familier – non familier)
   - familiarité de la présentation (familière – non familière)
   - difficulté des signes ou des termes techniques (faciles – abstraits/difficiles)
   - difficulté des notions (familières – inconnues)
2. **Difficulté liée à la complexité des étapes requises ou à la résolution de la tâche:**
   - nécessité de modéliser (pas de modélisation ou modélisation donnée – modélisation à réaliser par soi même)
   - suggestions ou aides pour la modélisation (texte ou image – pas de suggestion)
   - temps requis (peu – beaucoup)
   - complexité de la situation (faible – forte)
   - nombre d'étapes requises pour résoudre la tâche (une étape – plusieurs étapes)
3. **Difficulté mathématique / familiarité des tâches:**
   - familiarité et routine des procédures mathématiques à appliquer, selon le plan d'études et la culture scolaire
   - difficulté ou complexité des nombres et des figures
   - utilisation de matériel auxiliaire (formules, calculatrice, ...)

---

[37] limités cependant à un petit nombre en référence à Bruder (1998) et Neubrand (2002) et pour des raisons de faisabilité.
[38] le fait qu'il y ait une présentation détaillée, une image supplémentaire, etc., étant toujours à voir comme une simplification ou une complexification (cf. Linneweber-Lammerskitten / Wälti (2006)

Nous avons saisi dans une base de données les différents items et le niveau que nous leur avions attribué à titre provisoire, en nous assurant de disposer d'un nombre suffisamment grand d'items «faciles» (niveaux de compétence I et II) pour chacun des types et des domaines de compétence.

Les résultats empiriques correspondirent dans une large mesure aux attentes pour la fréquence de résolution des items. Ces derniers ont alors été classés dans l'un des quatre niveaux de compétence en fonction de l'indicateur de difficulté établi empiriquement. Malgré quelques transferts sur la table des items (cf. illustration 4-2), assez d'items ont été validés sur les quatre niveaux pour toutes les cellules de la matrice testées.

Sur les grilles des niveaux de compétence des tâches de x^{e} année figurant dans les chapitres 4.6 et 4.7 ci-après, les trois premières lignes indiquent les critères du classement provisoire des tâches et la dernière ligne, l'indice seuil obtenu empiriquement ainsi qu'une caractérisation générale des tâches basée sur une analyse réalisée après l'étude empirique. L'illustration 4-4 présente la grille de 11^{e} année.

	Niveau de compétenceI$_{11}$	Niveau de compétenceII$_{11}$	Niveau de compétenceIII$_{11}$
Difficulté liée à l'énoncé	Le contexte dans lequel s'insèrent les tâches est familier aux élèves. Les informations importantes pour leur résolution ressortent à la première lecture. Les tâches sont, si possible, étayées d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose d'un petit nombre de phrases courtes. Il n'est pas toujours indispensable de comprendre intégralement le texte pour résoudre la tâche.	Le contexte de la tâche est familier aux élèves. Quelques graphiques et/ou formes de représentation sont abstraits. La relation entre la situation et le texte ou graphique doit, dans quelques cas, être déduite. Les tâches sont, si possible, étayées d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose d'un petit nombre de phrases courtes, mais peut également contenir des termes techniques mathématiques.	Le contexte de la tâche est connu ou peut s'expliquer aisément. Les graphiques et/ou formes de représentation sont souvent abstraits et la relation entre la situation et le texte ou graphique doit être déduite. Les illustrations et graphiques explicatifs facilitent la compréhension de l'énoncé, mais ne donnent que des indications de résolution limitées. Les textes ne sont pas toujours aisés à comprendre et/ou contiennent des termes techniques mathématiques.
Difficulté liée à la complexité des étapes requises ou à la résolution de la tâche	Les tâches peuvent être résolues en une étape, voire deux. Les modélisations requises le cas échéant sont données par l'énoncé, et les étapes nécessaires sont souvent illustrées à l'aide d'exemples. Le point fort de l'activité est clair, familier.	Les tâches peuvent être résolues en un petit nombre d'étapes faciles à identifier et suggérées par la tâche. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées à travers l'énoncé. Il faut parfois relier des informations ou représentations les unes aux autres. Il suffit que le point fort de l'activité soit clair et simple.	La résolution se fait souvent en plusieurs étapes. Les modélisations requises, le cas échéant, ne sont suggérées qu'en partie. Plusieurs informations ou formes de représentation doivent être reliées les unes aux autres. Il est quelquefois utile ou même nécessaire de changer de perspective (p.ex. concret > abstrait).
Difficulté mathématique	L'application de routines suffit pour résoudre les tâches. Les objets intervenants (p.ex. nombres ou figures) sont simples et donnés à titre d'exemple. Les solutions incomplètes ou les étapes incorrectes sont quelquefois admises.	L'application de routines suffit. Les nombres et figures intervenants sont simples. Il est souvent nécessaire de maîtriser différents objets mathématiques (p.ex. nombres ET variables) ou des objets d'une plus grande complexité (p.ex. parallélépipèdes rectangles au lieu de cubes).	L'application de routines suffit. Les nombres et figures utilisés ne sont pas toujours simples ni familiers. Certaines tâches présupposent la maîtrise de différents objets mathématiques (p.ex. longueur d'une arête, aire et volume dans le même problème). Quelques-uns exigent à la fois une approche abstraite et le recours à des exemples.
	Indice < 540; fréquence de résolution d'environ 60% ou plus. Les items dotés d'un indice < 400	540 < indice < 635; fréquence de résolution os-	620 < indice < 729; fréquence de résolution oscillant entre environ 20% et environ 40%

illustration 4-4

HarmoS Mathématiques distingue huit types de compétence (par ex. Argumenter, justifier), dont six ont été testés. Pour la 8^{e} et la 11^{e} année, des tâches ont été validées pour chacun des six aspects de compétence sur les quatre niveaux. On peut par conséquent caractériser les quatre niveaux de compétence par rapport aux différents aspects de compétence. Les grilles présentées pour la 8^{e} et la 11^{e} année dans les chapitres 4.8 et 4.9 couvrent les huit types de compétence, mais il faut savoir que les descriptions des aspects de compétences Utiliser des instruments et des outils et Formuler, représenter ont été établies sur la base de considérations théoriques.

Pour illustrer la gradation des aspects de compétence, nous reproduisons ci-dessous (illustration 4-5) les quatre niveaux de compétence de l'aspect Analyser, interpréter des résultats pour la 8^{e} année.

	Niveau de compétence I_8	Niveau de compétence II_8	Niveau de compétence III_8	Niveau de compétence IV_8
Analyser, interpréter des résultats	Interpréter et vérifier des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, par un calcul, un coquis ou un raisonnement logique.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats provenant de différentes sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données. Comparer les stratégies et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé.	Analyser des assertions, des représentation et des résultats provenant de différentes sources et contrôler leur exactitude et leur pertinence. Comparer les stratégies, les options et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé, mais sont à réaliser soi-même.

illustration 4-5

Nous disposions également, il est vrai, de tâches pour les quatre niveaux de compétence de cinq domaines de compétence (par ex. Nombres et opérations). Après quelques tentatives, une analyse des tâches sous cet angle, cherchant en quelque sorte des signes distinctifs communs de la difficulté des items entre les différents aspects de compétence, nous a toutefois paru peu probante.

4.3 Matrice des *can do* de 4e année

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves connaissent les symboles et l'écriture des nombres jusqu'à 100. Ils peuvent constituer de petites quantité sans compter (p.ex. 7 en prenant 3 et 4) et trouver les complémentaires des nombres 1 à 9 par rapport à 10.	Les élèves comprennent le vocabulaire des positions relatives dans l'espace (comme "entre", "sur", "dessous", "dessus", ci-dessus", "devant", "derrière", "à gauche de", "à droite de") et peuvent employer eux-mêmes ces expressions correctement. Ils connaissent des figures élémentaires simples (cercle, rectangle, carré, triangle) et peuvent leur attribuer leur nom.			
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Les élèves peuvent effectuer des additions, des soustractions et trouver le complémentaire dans le champ des nombres jusqu'à 100 et, selon les besoins, utiliser les propriétés de commutativité et d'associativité. Ils peuvent décomposer les nombres de façon additive, en trouver la moitié ou les doubler et reconnaître la structure numérique de position.	Les élèves peuvent comparer des figures géométriques simples entre elles. Ils peuvent reproduire ou compléter une figure géométrique simple en utilisant un réseau (rotation, réduction ou agrandissement) ou encore compléter des figures géométriques simples par translation ou symétrie axiale. Ils peuvent décomposer et recomposer des figures complexes.			
Utiliser des instruments et des outils	Les élèves peuvent lire et utiliser différentes représentations où sont organisés les nombres (p.ex. table de cent) et des tableaux. Ils peuvent utiliser des regroupements d'objets pour dénombrer.	Les élèves savent utiliser un moyen adapté pour comparer des longueurs entre elles. Ils utilisent un réseau pour compléter un dessin, le réduire, l'agrandir ou se repérer.			
Formuler, représenter	Les élèves peuvent décrire ou représenter les solutions et leurs étapes de résolution pour être compris par leurs pairs. Ils peuvent comprendre ces représentations et ces descriptions produites par leurs pairs.	Les élèves peuvent décrire oralement des figures ou des frises ainsi que l'écart à la régularité.			

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Modéliser	Les élèves peuvent résoudre des problèmes simples en contexte par des moyens arithmétiques (addition, soustraction) (p.ex. dans des situations nécessitant la comparaison, la composition ou le complémentaire de nombres).	Les élèves peuvent résoudre des problèmes en utilisant les invariants des figures lors de transformations dans l'espace.			
Argumenter, justifier	Les élèves peuvent faire des hypothèses sur les relations qui unissent les calculs et la situation représentée.	Les élèves peuvent reconnaître et décrire oralement une irrégularité ou une erreur dans une frise.			
Analyser, interpréter des résultats	Les élèves peuvent, sur demande explicite, tester la solution trouvée à un problème arithmétique.	Les élèves peuvent reconnaître et décrire oralement une irrégularité ou une erreur dans une frise.			
Explorer, essayer	Les élèves peuvent résoudre des problèmes par une succession d'essais systématiques et par une collecte des différentes solutions possibles.	Les élèves peuvent résoudre des problèmes par une succession d'essais systématiques et par une collecte des différentes solutions possibles.			

4.4 Matrice des *can do* de 8e année

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves comprennent et utilisent des termes techniques algébriques ou arithmétiques (entre autres : addition, soustraction, multiplication, division, terme, facteur, somme, différence, produit, quotient, reste, partie, diviseur, multiple) et des symboles (=, ≠, <, ≤, >, ≥, +, –, •, :, ()). Ils connaissent des critères de divisibilité simples et peuvent lire, écrire et ordonner des nombres naturels et décimaux, comme en expliquer l'écriture décimale (système de position).	Les élèves comprennent et utilisent des notions géométriques fondamentales (point, segment, angle, parallèle, diamètre, périmètre, axe de symétrie, diagonale, perpendiculaire, triangle, rectangle, carré, cercle, surface, cube). Ils peuvent rendre compte de la signification d'esquisses et de dessins d'une situation géométrique.	Les élèves connaissent les termes techniques et les abréviations pour des grandeurs (entre autres : monnaie, longueur, surface, poids/masse, temps, capacité), peuvent donner des exemples concrets sur des grandeurs familières et expliquer le système décimal des unités de mesure.	Les élèves sont familiarisés avec des tableaux de valeurs liés à des fonctions (même s'ils ne disposent pas encore d'une description ou d'une définition exacte des fonctions). Ils peuvent reconnaître des suites proportionnelles et des propriétés de linéarité ou dans un contexte numérique ou graphique.	Les élèves comprennent et utilisent des termes statistiques de base (moyenne, diagramme circulaire, en barre, en colonne), peuvent lire des données ainsi que des représentations correspondantes et donner des renseignements sur des données qui sous-tendent le diagramme.
Appliquer des procédures et utiliser des techniques	Oralement ou par écrit selon la complexité, les élèves peuvent effectuer des additions et soustractions avec des nombres naturels et des nombres décimaux, ainsi que des multiplications et divisions avec des nombres naturels à 5 chiffres. Pour des calculs plus compliqués, ils peuvent en estimer le résultat et l'arrondir. Ils peuvent utiliser des propriétés des opérations pour simplifier le calcul.	Les élèves peuvent s'orienter dans l'espace. Ils peuvent reconnaître et décrire la position d'objets du plan et de l'espace et les transformations qui résultent d'une translation, rotation, symétrie axiale et centrale. Ils peuvent esquisser et dessiner des figures géométriques de base et des pavages géométriques réguliers simples (frises, parquets). Ils peuvent décomposer des polygones en figures élémentaires (triangle, rectangle, carré). Ils peuvent estimer le périmètre et l'aire de figures (rectangles avec mesure des côtés entière).	Les élèves peuvent effectuer des calculs avec des grandeurs (monnaie, longueur, surface, poids/masse, temps, capacité). Ils peuvent comparer des grandeurs, les mesurer, les estimer et les arrondir.	Les élèves peuvent reconnaître la régularité dans des suites numériques simples et les compléter, compléter des tableaux de valeurs, respectivement, d'effectuer des calculs de proportionnalité simples. Ils peuvent interpréter qualitativement des points et des représentations graphiques simples dans un système de coordonnées. Ils peuvent compléter des représentations graphiques de fonctions simples.	Les élèves peuvent, sur la base de données de mesures, déterminer la moyenne, compléter des tableaux, des diagrammes en colonnes et en bâtons ainsi qu'effectuer les opérations adéquates pour répondre à une question statistique simple.
Utiliser des instruments et des outils	Les élèves connaissent les fonctions et les touches les plus importantes d'une calculatrice (+, -, x, /, =,…) et peuvent les utiliser pour effectuer les calculs mentionnés ci-dessus.	Les élèves peuvent utiliser des instruments tels que le compas, la règle, l'équerre pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires entre elles, ainsi que pour construire et dessiner de telles droites.	Les élèves peuvent utiliser des instruments de mesure (notamment une montre, un mètre, une balance, un verre mesureur) adaptés à la situation.	(vide)	(vide)
Formuler, représenter	Les élèves peuvent extraire par écrit des formulation de calculs avec des nombres naturels et des nombres décimaux, ainsi que présenter les calculs et argumentations correspondants de telle façon que cela soit compréhensible par d'autres. Ils peuvent représenter des solutions possibles à des problèmes arithmétiques en utilisant un langage clair et représentatif, des esquisses et des dessins (opérations de base).	(vide)	Les élèves peuvent comprendre des croquis relatifs à des situations et à des objets comportant des indications de mesures et peuvent représenter, eux-mêmes, des situations et des objets par des croquis et des indications de mesures, de telle façon que cela soit compréhensible par d'autres. Ils posent des calculs et indiquent les étapes de résolution en tenant compte des unités de mesures en question et en les caractérisant.	Les élèves sont capables de retenir des informations sur des relations fonctionnelles simples entre grandeurs (en particulier, la proportionnalité). Ils peuvent représenter des informations courantes et les communiquer par leurs propres mots (sans terminologie technique).	Les élèves peuvent comprendre des informations des médias qui contiennent des représentations statistiques de la vie courante, les représenter et les commenter avec leurs propres mots. Dans des cas simples, ils peuvent utiliser des tableaux et des graphiques (diagramme en colonnes et en bâtons) pour illustrer des documents.

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Modéliser	Les élèves sont capables de traduire des problèmes et des consignes de différents domaines de la vie courante à l'aide de nombres et de variables et de les mettre en relation avec des concepts arithmétiques (p.ex. relation d'ordre, opérations directes et indirectes). Ils peuvent reconnaître des suites arithmétiques simples, les compléter et les vérifier.	Les élèves peuvent mettre en relation des objets réels, des situations concrètes avec des représentations géométriques (p.ex. plans et croquis).	Les élèves sont capables de saisir correctement des problèmes et des situations problèmes de différents domaines de la vie courante dans lesquelles des mesures ou des calculs ont un rôle à jouer. Ils peuvent réfléchir aux étapes appropriées menant à la solution (transformations, esquisses).	Les élèves sont capables de découvrir, en contexte (vie courante), des relations de proportionnalité et de linéarité, et de les utiliser pour décrire (sans terminologie technique) et résoudre des problèmes.	Les élèves sont capables, sur la base de représentations statistiques données, de sélectionner des informations nécessaires à la résolution d'un problème ou d'une question spécifique. Ils peuvent aussi s'en inspirer pour planifier et mener eux-même une collecte de données.
Argumenter, justifier	Les élèves sont capables de justifier des affirmations sur des lois numériques et arithmétiques. Ils peuvent articuler des argumentations et des calculs en plusieurs étapes et rendre compte de leur démarche.	(Vide)	Les élèves sont capables de préciser et d'argumenter qualitativement (p.ex. grand-petit, long-court) des affirmations concernant des données de grandeurs. Ils sont capables d'extraire des argumentations plus complexes où interviennent des données de grandeurs et d'adopter une position critique.	Les élèves sont capables de prendre des décisions plausibles (p.ex. choix d'un achat ou non) en se fondant sur l'analyse de contextes fonctionnels, de justifier des affirmations sur des relations de proportionnalité et de conduire des raisonnements argumentés simples.	Sur la base de données, les élèves sont à même de formuler des pronostics et d'argumenter des conclusions.
Analyser, interpréter des résultats	Les élèves sont capables, dans le champ des nombres naturels, d'examiner les présentations et affirmations des autres, tout comme leurs propres résultats, en contrôlant des calculs et selon toute vraisemblance. Sur demande, ils peuvent, à partir de solutions à des problèmes numériques, réfléchir sur l'utilité des moyens mis en œuvre, sur la généralisation des solutions et de la transmissibilité de la méthode à d'autres problèmes.	Sur demande, les élèves sont capables d'examiner des résultats obtenus concernant des propriétés géométriques de figures simples.	Les élèves sont capables d'examiner les affirmations des autres concernant des grandeurs données, tout comme leurs propres grandeurs mesurées, et des résultats calculés, par comparaison à la réalité et par le contrôle des calculs et des mesures. Sur demande, ils peuvent, à partir de solutions à des problèmes, réfléchir sur l'utilité des moyens mis en œuvre, sur la généralisation des solutions et de la transmissibilité de la méthode à d'autres problèmes.	Les élèves sont capables de contrôler leurs propres résultats ou ceux des autres concernant des relations fonctionnelles (en particulier de proportionnalité).	Les élèves peuvent comparer entre elles et contrôler des assertions et des décisions basées sur des représentations statistiques (base de données, tableau, diagramme) et formuler des questions complémentaires sur des résultats trouvés.
Explorer, essayer	Les élèves sont capables d'explorer des ensembles numériques ou arithmétiques dans le champ des nombres naturels et, par variation systématiques des valeurs, de trouver les nombres ou les opérations solutions et de poser des hypothèses ; par un choix personnel de nombres pris pour exemple, ils sont capables d'établir une généralisation à partir de leur preuve.	Les élèves sont capables d'examiner des structures géométriques simples (p.ex. Pentominos ou développement d'un dé) et des faits (p.ex. positions possibles de différents objets), de formuler des conjectures et de les confirmer ou infirmer par des essais systématiques.	Les élèves sont capables d'examiner et de rechercher, en s'appuyant sur des mesurages et des expérimentations, des rapports entre des grandeurs (p.ex. le volume de différents objets) et les relations entre différentes grandeurs (p.ex. aire et périmètre); par des variations systématiques de grandeurs, ils peuvent trouver des solutions et des hypothèses et notamment tester les hypothèses trouvées.	Les élèves sont capables de formuler et de tester des conjectures à propos de relations fonctionnelles (en particulier sur la proportionnalité) dans la réalité et en mathématiques.	Les élèves sont capables d'effectuer des expérimentations simples liées au hasard avec des dés, des pièces de monnaie ou des cartes à jouer et d'en dénombrer les issues ; ils peuvent estimer qualitativement (en terme de « plus ou moins de chance ») la probabilité d'un événement par des essais.

4.5 Matrice des *can do* de 11^e année

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves comprennent et utilisent des termes techniques de l'arithmétique et de l'algèbre (notamment : "équation, "inéquation", „terme", "variable", "inconnues", "solution", "estimer" que "arrondir", "diviseur", "multiple", "nombre premier", "racine carrée", "racine") et connaissent différentes représentations des nombres (code décimal, fractionnaire, „pour cent", écriture scientifique, notation exponentielle de base réelle et d'exposant entier positif).	Les élèvent connaissent les principaux termes et concepts de la géométrie du plan et de l'espace. Ils sont en mesure d'identifier dans l'environnement quotidien des figures planes et des solides, de les décrire avec un langage adéquat et de les classifier à l'aide de leurs propriétés. Ils connaissent les théorèmes fondamentaux de la géométrie du plan (par exemple : théorème de Pythagore, Somme des angles internes d'un triangle).	Les élèves connaissent les grandeurs usuelles (en particulier de longueur, aire, volume, capacité, masse/poids, temps, vitesse) et les unités de mesure les plus importantes. Ils connaissent l'organisation du système métrique fondée sur le système décimal et les représentations utilisant les puissances de dix. Ils connaissent la signification des préfixes : mega, kilo, deci, centi, milli et sont en mesure de les associer aux puissances de dix correspondantes.	Les élèves peuvent expliquer la notion de fonction (comme correspondance entre deux ensembles). Ils connaissent les termes techniques et symboles les plus importants en rapport avec des fonctions et les conventions de leurs représentations graphiques. Ils peuvent différencier différents types de fonctions (en particulier les fonctions affines par rapport aux autres).	Les élèves comprennent et utilisent les termes techniques liés aux phénomènes aléatoires et aux probabilités (en particulier : moyenne, fréquence absolue, fréquence relative, événements certains, possibles et impossibles"). Ils connaissent différents outils de présentation des données (en particulier : tableau de valeurs, diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes, diagrammes cartésiens) et le langage associé.
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Les élèves peuvent effectuer les quatre opérations de base avec des nombres donnés par leur code décimal, fractionnaire ou en notation exponentielle simple (en particulier le notation scientifique). Selon la complexité, ils sauront effectuer ces opérations mentalement, par écrit ou avec un outils de calcul. Ils peuvent estimer et arrondir des résultats. Ils peuvent résoudre des équations et des systèmes d'équations simples et utiliser les propriétés des opérations pour simplifier des expressions algébriques.	Les élèves sont capables de représenter des figures géométriques dans le plan cartésien. Ils peuvent effectuer des constructions géométriques et effectuer des calculs et des transformations liés à des figures géométriques. Ils savent représenter les principaux solides de diverses manières, de même qu'estimer et calculer des longueurs, aires et volumes liés à ces solides.	Les élèves sont capables d'exécuter des calculs avec des grandeurs (simples et aussi composées, en particulier la vitesse) et d'effectuer des transformations d'une unité de mesure à l'autre. Ils peuvent calculer des distances en grandeur réelle à partir de cartes et de plans dont l'échelle est donnée.	Les élèves peuvent, pour des fonctions simples, chercher les valeurs correspondant à des arguments donnés, par calcul à partir de la forme algébrique ou en s'aidant d'une table ou d'une représentation graphique. Ils peuvent résoudre des situations faisant intervenir la proportionnalité directe et inverse. Ils savent déterminer algébriquement et/ou graphiquement l'intersection des graphes de deux fonctions affines.	Les élèves sont capables de construire un diagramme adapté sur la base de données de mesure, de tableaux de valeurs ou de diagrammes déjà construits, calculer des fréquences absolues et relatives et une moyenne arithmétique. Ils peuvent déterminer les probabilités des événements de manière expérimentale ou à l'aide de diagrammes en arbre.
Utiliser des instruments, des outils	Les élèves connaissent les fonctions importantes d'une calculatrice de poche (+, -, *, /, =, x^2, $\sqrt{x}$, $^1/_x$, STO, RCL, ( ), y^x). Ils peuvent utiliser une feuille de calcul pour représenter des séries de données, résoudre des équations simples et explorer des relations numériques. Ils sont capables d'utiliser des mémentos, Internet ou des ouvrages de référence pour trouver des formules et procédures appropriées à la résolution de problèmes numériques.	Les élèves savent utiliser la règle, le compas et équerre et rapporteur pour résoudre des problèmes de géométrique. Ils sont en mesure d'utiliser (de façon autonome ou avec d'aide) un programme de géométrie dynamique pour représenter, explorer et résoudre des situations géométriques. Ils sont capables d'utiliser des formulaires, des calculatrices ou des logiciels adaptés pour calculer des longueurs, aires et volumes	Les élèves sont capables de choisir le moyen adéquat (mètre, rapporteur, balance, chronomètre, cylindre gradué) pour effectuer des mesurages (longueur, angle, masse, temps et vitesse, volume). Ils savent utiliser une calculatrice de poche et une feuille de calcul pour déterminer des mesures et effectuer des transformations d'unité.	Les élèves sont capables d'utiliser des calculatrices de poche et des ordinateurs (feuilles de calcul) pour établir des graphes de fonctions et des tables de valeurs.	Les élèves sont capables d'utiliser des calculatrices de poche des feuilles de calcul pour traiter des ensemble de données d'une certaine importance. Ils peuvent mettre en oeuvre des techniques appropriées pour choisir, classifier et représenter graphiquement (p. ex. diagrammes en colonnes) des données. Ils sont capables d'utiliser la calculatrice pour déterminer des résultats liés à des recherches combinatoires simples.
Formuler, représenter	Les élèves peuvent prendre en considération les calculs et arguments exprimés par écrit par d'autres. Ils peuvent présenter leurs propres calculs et arguments de façon compréhensible pour les autres. Ils peuvent présenter leur démarche et les solutions arithmétiques et algébriques trouvées au moyen de la langue naturelle, des symboles, d'esquisse et de dessins.	Les élèves sont capables d'utiliser des représentations géométriques (cartes, esquisses, modèles, etc) pour transmettre à d'autres les éléments importants d'un problème ou pour illustrer leurs idées. Ils peuvent s'aider de représentations diverses pour illustrer et éclaircir des consignes et trouver des procédures de résolution.	Les élèves sont capables de trouver des informations utiles à propos des grandeurs et des mesures dans des textes, des tableaux, des diagrammes, des illustrations, etc., et d'utiliser des comparaisons, des représentations et des descriptions pertinentes pour exprimer leurs propres idées.	Les élèves sont capables d'extraire des informations relatives à une situation dans laquelle intervient une relation de type fonctionnel, de mettre en forme cette information et de la communiquer de façon adéquate.	Les élèves sont capables de comprendre des affirmations et des argumentations pour lesquelles des diagrammes, des tableaux de valeurs ou d'autres formes de représentation statistique sont utilisés. Ils peuvent utiliser des représentations statistiques disponibles, pour présenter leurs propres avis et baser leurs affirmations et argumentations.

	Nombres et opérations	Géométrie	Grandeurs et mesures	Fonctions	Analyse de données
Modéliser	Les élèves sont capables d'aborder des problèmes et situations provenant de divers secteurs de la vie courante en utilisant des nombres, variables et divers concepts de l'arithmétique et de l'algèbre (relation d'ordre, opérations, opérations inverses).	Les élèves peuvent utiliser la géométrie pour interpréter, comprendre et modéliser des situations de la réalité quotidienne. Ils sont en mesure de mettre en œuvre leurs connaissances géométriques pour prendre des décisions.	Les élèves sont capables de résoudre des problèmes de vie quotidienne qui mettent en jeu des mesures ou qui demandent une approche au moyen de grandeurs bien choisies (aire d'un appartement, vitesse d'une automobile, consommation de carburant, etc.).	Les élèves sont capables de déceler des liens fonctionnels dans diverses situations dont des situations de la vie quotidienne et de les utiliser pour décrire la situation ou résoudre un problème.	Les élèves sont capables d'interpréter des problèmes de la vie courante selon leurs aspects statistiques et probabilistes et à prendre sur cette base des décisions appropriées. A fin d'enquête ou de recueil de données, ils peuvent déterminer les données pertinentes à recueillir, puis de les organiser et de les traiter. Ils peuvent résoudre les problèmes combinatoires simples de la vie courante par arrangements, comptages ou calculs systématiques.
Argumenter, justifier	Les élèves sont capables de justifier des affirmations sur des régularités numériques, arithmétiques et algébriques . Ils sont capables d'organiser des argumentations et des calculs plus complexes à plusieurs étapes et d'expliciter la procédure adoptée.	Les élèves peuvent justifier l'exactitude de formules simples et l'existence de relations et de situations géométriques à l'aide de propriétés géométriques élémentaires. Ils sont capables de formuler des conjectures relatives à des théorèmes géométriques simples et d'argumenter à leur propos.	Les élèves sont capables de justifier des affirmations concernant des grandeurs et des rapports entre des grandeurs en utilisant de façon pertinente les grandeurs, les mesures et les transformations d'unités appropriées. Ils sont capables de prendre des décisions en faisant référence à des systèmes de mesures.	Les élèves sont capables de prendre des décisions judicieuses (par exemple de contrats et d'achats) à partir de l'analyse des liens fonctionnels. Ils peuvent analyser des affirmations émises sur des liens fonctionnels donnés par des tables, des représentations graphiques ou par une expression algébrique et conduire des raisonnements simples.	Les élèves sont capables de mener une analyse critique d'affirmations qui se basent sur des séries de données, des diagrammes et d'autres représentations statistiques. Ils peuvent justifier leurs propres affirmations à l'aide de représentations et calculs statistiques. Ils peuvent justifier à bon escient des affirmations en se référant à la probabilité d'événements.
Analyser, interpréter des résultats	Les élèves sont capables d'examiner les représentations et affirmations numériques émises par d'autres de même que de réexaminer des résultats calculés. Ils contrôlent leur propre résultat en estimant leur adéquation avec la réalité. Ils profitent des problèmes numériques résolus pour réfléchir sur l'utilité des moyens utilisés des possibilités de généralisation et de réutilisation.	Les élèves sont capables, d'un point de vue géométrique, d'interpréter et d'analyser de façon critique des résultats obtenus concernant la géométrie ou d'autres domaines des mathématiques. Ils savent vérifier l'exactitude d'un résultat géométrique et sont capables de réfléchir à la possibilité de l'appliquer pour résoudre d'autres problèmes.	Les élèves sont capables de vérifier des résultats trouvés par eux-mêmes ou proposés par d'autres, concernant des grandeurs et des mesures, au moyen de calculs et par confrontation à la réalité. Ils sont en mesure de juger si les unités et les ordres de grandeur d'une mesure sont adaptés à la situation proposée. De même, ils peuvent juger si l'approximation utilisée fait sens par rapport à la situation. Ils sont capables d'exploiter les mesures obtenues pour faire des comparaisons et pour reconsidérer des lieux communs concernant des grandeurs et leurs proportions.	Les élèves sont capables de confronter diverses méthodes pour résoudre des équations linéaires simples (par exemple: essais systématiques, méthode algébrique, méthode graphique) pour contrôler un résultat obtenu ou pour évaluer une méthode de résolution.	Les élèves sont capables d'analyser de façon critique des déclarations et des décisions basées sur des probabilités et des données statistiques. Ils sont capables, et disposés à le faire, d'examiner chez les autres et à propos de leur propre travail si les moyens de représentation sont appropriés et ont été correctement utilisés.
Explorer, essayer	Les élèves sont capables d'explorer des liens numériques, arithmétiques et algébriques. A travers la variation systématique des nombres ou des opérations, ils sont à même faire des hypothèses et émettre des conjectures. Ils sont également capables de justifier de façon autonome, au moyen d'exemples, leurs propositions.	Les élèves sont capables d'explorer des situations géométriques inédites, de formuler des conjectures et de procéder à des vérifications pour les confirmer ou les invalider.	Les élèves sont capables d'explorer des situations en effectuant des mesures prospectives et d'en dégager les propriétés, les relations, le modèle et la structure à l'aide de grandeurs et de comparaisons appropriées.	Les élèves sont capables d'émettre et de tester des conjectures relatives à des relations fonctionnelles observées dans la réalité ou en mathématique, de même que d'extraire des propriétés de ces fonctions et de leur représentation graphique.	Les élèves sont capables d'explorer et d'étudier des situations relevant statistiques, probabilistes et combinatoires, d'imaginer des expériences relevant du hasard, de formuler des hypothèses et de les expérimenter.

4.6 Tableau des niveaux d'exigence des tâches de 8e année

	Niveau d'exigence I_8	Niveau d'exigence II_8	Niveau d'exigence III_8	Niveau d'exigence IV_8
Difficulté liée à l'énoncé	Le contexte est familier aux élèves. Les informations pertinentes pour la résolution de la tâche ressortent à la première lecture. La tâche est, si possible, assortie d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose, en règle générale, d'une ou deux phrases courtes. Il n'est pas toujours indispensable de comprendre intégralement le texte pour résoudre la tâche.	Le contexte est familier aux élèves. Les informations fournies sont bien compréhensibles et doivent parfois être combinées pour former de nouvelles assertions. Les données de la tâche sont, si possible, assorties d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose d'un petit nombre de phrases courtes.	Le contexte est familier aux élèves. Les informations sont bien compréhensibles mais souvent complexes et doivent être reliées pour former de nouvelles assertions. Les données de la tâche sont, si possible, assorties d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé contient quelquefois des termes techniques (mathématiques).	Le contexte des tâches requiert tout d'abord de quelques élèves un effort de compréhension. Les éventuels graphiques et/ou formes de représentation utilisés expliquent l'énoncé mais ne sont pas toujours immédiatement parlants et donnent des indications de résolution limitées. Les relations entre la situation et le texte/graphique doivent être déduites. Les énoncés sont souvent courts mais peuvent comprendre des termes techniques mathématiques et/ou des phrases assez longues.
Difficulté liée à la complexité des étapes requises ou à la résolution de la tâche	Les tâches peuvent être résolues en une étape. Pour autant qu'elles aient du sens, plusieurs solutions sont jugées correctes. Les modélisations requises le cas échéant sont données par l'énoncé. Le point fort de l'activité est clair, familier. Un travail d'abstraction à partir des situations proposées n'est pas nécessaire.	Les tâches peuvent être résolues en une ou deux étapes. Les modélisations sont suggérées par l'énoncé. Il faut parfois relier des informations ou représentations les unes aux autres ou en imbriquer plusieurs. Le point fort de l'activité est clair et simple. Un travail d'abstraction à partir des situations proposées n'est pas nécessaire.	La résolution des tâches se fait en deux étapes ou plus. Les modélisations éventuelles se conçoivent à partir des indications figurant dans l'énoncé. Dans certains cas, il faut relier des informations ou formes de représentation les unes aux autres et en traiter plusieurs.	La résolution demande plusieurs étapes reposant sur une compréhension sûre des relations entre les éléments. Les graphiques, les textes et les expressions mathématiques doivent être reliés les uns aux autres et exigent parfois des stratégies non encore étudiées.
Difficulté mathématique	La résolution des tâches fait appel à des routines. Les nombres, figures et symboles utilisés sont simples et ne requièrent souvent qu'un traitement complémentaire minime. En règle générale, l'indication ou l'identification d'un résultat suffit. Les solutions incomplètes ou les étapes incorrectes sont quelquefois admises.	La résolution des tâches fait appel à des routines. Les nombres, figures et symboles utilisés sont simples et donnés à titre d'exemple et requièrent généralement un traitement complémentaire. Les solutions incomplètes ou les étapes incorrectes sont quelquefois admises.	La résolution des tâches fait appel à des routines. Les nombres, symboles, figures et tableaux utilisés sont généralement familiers mais doivent encore être interprétés et travaillés de manière exacte. Pour résoudre correctement les tâches, il faut être sûr dans les opérations (p.ex. calcul mental ou comptage). Le plus souvent, une solution complète est exigée, ainsi que toutes les étapes intermédiaires.	L'application de routines est généralement suffisante. Les nombres, figures, graphes et tableaux peuvent être complexes ou non familiers et requièrent généralement un traitement complémentaire. Les opérations demandées ne vont pas toujours de soi et présupposent des notions mathématiques fondamentales sûres. Une solution complète est exigée, ainsi que toutes les étapes intermédiaires.
Difficulté empirique	Indice < 540; fréquence de résolution d'environ 60% ou plus. Les items dotés d'un indice < 400 font partie de la classe des items particulièrement faciles et sont de niveau d'exigence I*. Les facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile. Les données des tâches correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	540 < indice < 620; fréquence de résolution oscillant entre environ 40% et environ 60% La plupart des facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile. Les données des tâches correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	620 < indice < 700; fréquence de résolution oscillant entre environ 20% et environ 40% Quelques facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile, quelques autres d'une tâche plutôt difficile. Ils correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	Indice > 720; fréquence de résolution d'environ 20% ou moins Quelques facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile, plusieurs autres d'une tâche difficile. Ils correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.

4.7 Table des niveaux d'exigence des tâches de 11e année

	Niveau d'exigence I_{11}	Niveau d'exigence II_{11}	Niveau d'exigence III_{11}	Niveau d'exigence IV_{11}
Difficulté liée à l'énoncé	Le contexte dans lequel s'insèrent les tâches est familier aux élèves. Les informations importantes pour leur résolution ressortent à la première lecture. Les tâches sont, si possible, étayées d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose d'un petit nombre de phrases courtes. Il n'est pas toujours indispensable de comprendre intégralement le texte pour résoudre la tâche.	Le contexte de la tâche est familier aux élèves. Quelques graphiques et/ou formes de représentation sont abstraits. La relation entre la situation et le texte ou graphique doit, dans quelques cas, être déduite. Les tâches sont, si possible, étayées d'exemples et/ou de graphiques explicatifs. L'énoncé est aisé à comprendre et se compose d'un petit nombre de phrases courtes, mais peut également contenir des termes techniques mathématiques.	Le contexte de la tâche est connu ou peut s'expliquer aisément. Les graphiques et/ou formes de représentation sont souvent abstraits et la relation entre la situation et le texte ou graphique doit être déduite. Les illustrations et graphiques explicatifs facilitent la compréhension de l'énoncé, mais ne donnent que des indications de résolution limitées. Les textes ne sont pas toujours aisés à comprendre et/ou contiennent des termes techniques mathématiques.	Le contexte dans lequel s'insèrent les tâches n'est pas familier à tous les élèves. Les éventuels graphiques et/ou formes de représentation expliquent certes l'énoncé, mais ne sont pas immédiatement parlants et donnent des indications de résolution limitées. La relation entre la situation et le texte ou graphique doit être déduite. Les énoncés sont souvent courts mais difficiles à comprendre pour beaucoup d'élèves.
Difficulté liée à la complexité des étapes requises ou à la résolution de la tâche	Les tâches peuvent être résolues en une étape, voire deux. Les modélisations requises le cas échéant sont données par l'énoncé, et les étapes nécessaires sont souvent illustrées à l'aide d'exemples. Le point fort de l'activité est clair, familier.	Les tâches peuvent être résolues en un petit nombre d'étapes faciles à identifier et suggérées par la tâche. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées à travers l'énoncé. Il faut parfois relier des informations ou représentations les unes aux autres. Il suffit que le point fort de l'activité soit clair et simple.	La résolution se fait souvent en plusieurs étapes. Les modélisations requises, le cas échéant, ne sont suggérées qu'en partie. Plusieurs informations ou formes de représentation doivent être reliées les unes aux autres. Il est quelquefois utile ou même nécessaire de changer de perspective (p.ex. concret > abstrait).	La résolution demande plusieurs étapes reposant sur une compréhension sûre des relations entre les éléments. Il est quelquefois utile ou même nécessaire de changer de perspective. Les graphiques, les textes et les expressions mathématiques doivent être reliés les uns aux autres et exigent parfois des stratégies non encore étudiées.
Difficulté mathématique	L'application de routines suffit pour résoudre les tâches. Les objets intervenants (p.ex. nombres ou figures) sont simples et donnés à titre d'exemple. Les solutions incomplètes ou les étapes incorrectes sont quelquefois admises.	L'application de routines suffit. Les nombres et figures intervenants sont simples. Il est souvent nécessaire de maîtriser différents objets mathématiques (p.ex. nombres ET variables) ou des objets d'une plus grande complexité (p.ex. parallélépipèdes rectangles au lieu de cubes).	L'application de routines suffit. Les nombres et figures utilisés ne sont pas toujours simples ni familiers. Certaines tâches présupposent la maîtrise de différents objets mathématiques (p.ex. longueur d'une arête, aire et volume dans le même problème). Quelques-uns exigent à la fois une approche abstraite et le recours à des exemples.	L'application de routines suffit souvent. Les nombres, figures, graphes et tableaux sont souvent complexes ou non familiers. Il est souvent nécessaire de maîtriser différents objets mathématiques (p.ex. longueur d'une arête, aire et volume dans le même problème). Certaines tâches exigent des assertions abstraites.
Difficulté empirique	Indice < 540; fréquence de résolution d'environ 60% ou plus. Les items dotés d'un indice < 400 font partie de la classe des items particulièrement faciles et sont de niveau d'exigence I*. Les facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile. Les données des tâches correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	540 < indice < 635; fréquence de résolution oscillant entre environ 40% et environ 60% La plupart des facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile. Les données des tâches correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	620 < indice < 729; fréquence de résolution oscillant entre environ 20% et environ 40% Quelques facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile, quelques autres d'une tâche plutôt difficile. Ils correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.	Indice > 729; fréquence de résolution d'environ 20% ou moins Quelques facteurs ou sous-facteurs (cf. rapport de synthèse HarmoS mathématiques) sont ceux d'une tâche facile, plusieurs autres d'une tâche difficile. Ils correspondent aux descriptions des compétences données dans la matrice des can do.

4.8 Tableau des niveaux relatifs aux huit aspects de compétence de 8e année

	Niveau d'exigence I_8	Niveau d'exigence II_8	Niveau d'exigence III_8	Niveau d'exigence IV_8
Savoir, reconnaître, décrire	Dans les situations données, reconnaître et décrire quelques éléments mathématiques courants (opérations, figures, corps, mesures, fractions, termes, tableaux, etc.) et des structures simples. Identifier, nommer et attribuer des éléments mathématiques usuels et comprendre la signification de symboles courants. Décrire des situations et des opérations simples sur des contextes connus, également sans instrument graphique.	Dans les situations données, reconnaître et décrire les éléments mathématiques courants (opérations, figures, corps, mesures, fractions, termes, tableaux, etc.) et des structures simples. Identifier et classer des éléments mathématiques sous différentes formes de présentation. Décrire des situations et des opérations, également sans instrument graphique, à condition qu'elles soient simples et/ou tirées d'un contexte connu.	Reconnaître et décrire des situations mathématiques même si elles contiennent des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques peu courants. Identifier les informations pertinentes même dans un contexte assez complexe et reconnaître les analogies. Se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations assez complexes ou sans lien avec la vie quotidienne.	Reconnaître et décrire des situations mathématiques exigeant des prérequis mathématiques assez importants en matière de termes techniques, de symboles, de structures et de régularités. Identifier les informations pertinentes même dans un contexte assez complexe et reconnaître les analogies, les erreurs et les inexactitudes. Se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations mathématiques.
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'une seule étape, dans un contexte connu et clairement structuré. Les étapes sont indiquées ou familières depuis l'école primaire. Estimer les résultats d'opérations.	Effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'un petit nombre d'étapes connues des élèves, dans un contexte connu et clairement structuré. Simplifier des calculs, des figures et des données en se servant des propriétés des opérations.	Effectuer des opérations assez complexes au moyen de symboles, de nombres et d'autres éléments mathématiques. Simplifier et effectuer des opérations en se servant des lois mathématiques.	Effectuer des opérations dans des contextes complexes. Passer d'un mode de représentation à l'autre et tirer parti des avantages de chacun. Les modélisations requises, le cas échéant, sont déduites du contexte. Estimer, calculer et représenter les résultats d'opérations.
Utiliser des instruments et des outils*)	Utiliser, sur demande, le compas, la règle, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice, les ouvrages de référence et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour représenter des situations simples.	Employer en ayant peu besoin d'aide le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice, les ouvrages de référence et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour représenter des situations simples.	Employer le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour les opérations et les représentations sortant du cadre élémentaire. Utiliser les ouvrages de référence.	Employer les instruments traditionnels et informatiques même pour des opérations ou des représentations assez complexes et sans lien avec la vie quotidienne. Utiliser par soi-même les ouvrages de référence.
Formuler, représenter*)	Comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant qu'un petit nombre de symboles, de termes techniques et de graphiques élémentaires. Formuler ses propres réflexions avec ses propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions.	Comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant que des symboles, des termes techniques et des graphiques élémentaires. Formuler ses propres réflexions avec ses propres mots ainsi que des termes techniques, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions isolées.	Comprendre les représentations établies par d'autres et faisant davantage appel à des symboles, des termes techniques et des graphiques. Formuler différemment ses propres réflexions à ce sujet en utilisant ses propres mots et termes techniques; les éventuelles erreurs et imprécisions commises peuvent être corrigées avec de l'aide.	Comprendre les représentations établies par d'autres même si elles comportent des erreurs et des lacunes ou des termes techniques inconnus mais dont la signification peut se déduire du contexte. Formuler différemment ses propres réflexions à ce sujet mais conformément au contexte, en corrigeant le cas échéant, sur demande mais de manière autonome, les erreurs et imprécisions commises.

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

	Niveau d'exigence I_8	Niveau d'exigence II_8	Niveau d'exigence III_8	Niveau d'exigence IV_8
Modéliser	Traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et les modélisations standard précisées ou données par le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. à interpréter sont simples, et leur modélisation se conçoit, en règle générale, en une seule étape.	Traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et si les modélisations sont proches de celles connues ou faciles à trouver d'après le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. à interpréter sont simples, et leur modélisation se conçoit en une ou deux étapes.	Trouver des modélisations suggérées par le contexte et adéquates à des situations connues ou inédites et les décrire avec des mots. Utiliser les informations pertinentes pour la modélisation, comprendre les interdépendances et les décrire. Les textes, tableaux, graphiques, etc. à interpréter sont simples, mais doivent être mis en relation entre eux. La modélisation peut nécessiter plusieurs étapes.	Développer par soi-même des modélisations concrètes de situations connues ou inédites et les décrire avec des mots. Identifier et décrire les interdépendances entre les différents éléments, y compris dans des situations complexes, et définir par des mots, des symboles ou des graphiques les étapes intermédiaires que cela exige.
Argumenter, justifier	Justifier ou réfuter des assertions simples en les vérifiant à l'aide d'un exemple concret, en utilisant les données fournies ou en faisant valoir des arguments évidents.	Justifier ou réfuter des assertions et des procédés simples en donnant un exemple concret, en calculant, transformant, analysant ou vérifiant quelques données ou en indiquant des relations simples et évidentes.	Justifier ou réfuter des assertions et des procédés en utilisant les relations introduites dans l'énoncé, en vérifiant et analysant des données, en montrant un exemple choisi à bon escient et en se référant à des lois connues.	Justifier ou réfuter des assertions et des procédés en trouvant et utilisant par soi-même des relations, en fournissant, vérifiant et structurant des données et en se référant à des lois connues.
Analyser, interpréter des résultats	Interpréter et vérifier des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différents sources, par un calcul, un croquis ou un raisonnement logique.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données. Comparer les stratégies et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé.	Analyser des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources et contrôler leur exactitude et leur pertinence. Comparer les stratégies, les options et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé, mais sont à réaliser soi-même.
Explorer, essayer	A partir d'un exemple donné, trouver d'autres exemples d'une assertion ou d'une situation. Analyser des systèmes comportant peu d'éléments ou à structure simple en variant les différents éléments. Formuler ses propres questions sur une situation ou un exemple simple.	Trouver des exemples d'assertions ou de situations, en tirer des conjectures, valider ou invalider des conjectures. Analyser la structure de systèmes en variant systématiquement les différents éléments, la méthode d'analyse étant suggérée par l'énoncé ou par les exemples.	Explorer une situation en procédant à des essais systématiques et en exploitant plusieurs possibilités, voire la totalité. Analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et en tirer des assertions valables pour la situation.	Echafauder des hypothèses sur une situation et les tester en appliquant une procédure appropriée. Analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et formuler des relations à partir des résultats obtenus.

4.9 Tableau des niveaux relatifs aux huit aspects de compétence de 11^e^ année

	Niveau d'exigence I_{11}	Niveau d'exigence II_{11}	Niveau d'exigence III_{11}	Niveau d'exigence IV_{11}
Savoir, reconnaître, décrire	Reconnaître et décrire des situations mathématiques contenant quelques termes techniques, symboles et structures mathématiques relativement courants. Identifier, nommer et attribuer un ou deux éléments ou symboles mathématiques si le contexte est familier et la situation mathématique aisée à décrypter. Décrire des situations et des opérations simples sur des contextes connus, également sans instrument graphique.	Reconnaître et décrire des situations mathématiques contenant des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques courants. Identifier et classer des éléments sous différentes formes de présentation. Déchiffrer des informations et décrire des caractéristiques qui ne sont pas immédiatement perceptibles. Connaître et utiliser différentes formes de représentation. Se représenter des situations et des opérations, à condition qu'elles soient simples et/ou tirées d'un contexte connu, également sans instrument graphique.	Reconnaître et décrire des situations mathématiques même si elles contiennent des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques peu courantes. Identifier les informations importantes même dans un contexte assez complexe, reconnaître les relations et les analogies. Distinguer plusieurs solutions et variantes possibles. Se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations assez complexes et peu usuelles.	Reconnaître et décrire des situations mathématiques exigeant des prérequis mathématiques poussés en matière de termes techniques, de symboles, de structures et de théorèmes. Identifier les informations importantes, les erreurs et les inexactitudes même dans un contexte assez complexe. Reconnaître spontanément différentes solutions et variantes. Se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations mathématiques.
Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'une ou deux étapes, dans un contexte connu et clairement structuré. Les étapes sont indiquées ou se tirent aisément du contexte. Estimer les résultats d'opérations.	Effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'un petit nombre d'étapes, dans un contexte connu et clairement structuré. Transformer et simplifier les éléments donnés en se servant des propriétés d'opérations.	Effectuer des opérations assez complexes au moyen de symboles, de nombres et d'autres éléments mathématiques et réaliser les modélisations requises le cas échéant. Voir les relations entre les différentes opérations et utiliser les propriétés des opérations à des fins de simplification.	Effectuer des opérations dans des contextes assez complexes. Passer d'un mode de représentation à l'autre et tirer parti des avantages de chacun, tout en réalisant les modélisations requises le cas échéant. Estimer, calculer et représenter les résultats des opérations.
Utiliser des instruments et des outils*)	Utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour représenter des situations simples. Utiliser des mémentos pour calculer des expressions algébriques simples n'exigeant pas de transformations.	Utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour effectuer des opérations et représenter des situations sortant du cadre élémentaire. Utiliser les mémentos pour effectuer des opérations n'exigeant pas de transformations.	Utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour les procédures et les situations complexes sortant du cadre élémentaire. Utiliser les mémentos pour calculer des expressions algébriques simples, également si elles exigent de menues transformations.	Employer les instruments habituels et informatiques pour effectuer des opérations ou des représentations assez compliquées et peu usuelles. Utiliser par soi-même les mémentos et les ouvrages de référence.
Formuler, représenter*)	Comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant qu'un petit nombre de symboles, de termes techniques et de graphiques élémentaires. Formuler ses propres réflexions avec ses propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions.	Comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant que des symboles, termes techniques et graphiques élémentaires. Formuler ses propres réflexions avec ses propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions isolées.	Comprendre les représentations établies par d'autres et faisant davantage appel à des symboles, des termes techniques et des graphiques. Formuler différemment ses propres réflexions à ce sujet en utilisant ses propres mots et termes techniques; les éventuelles erreurs et imprécisions commises peuvent être corrigées avec de l'aide.	Comprendre les représentations établies par d'autres même si elles comportent des erreurs et des lacunes ou des termes techniques inconnus mais dont la signification peut se déduire du contexte. Formuler différemment ses propres réflexions à ce sujet mais conformément au contexte, en corrigeant le cas échéant, sur demande mais de manière autonome, les erreurs et imprécisions commises.

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

	Niveau d'exigence I_{11}	Niveau d'exigence II_{11}	Niveau d'exigence III_{11}	Niveau d'exigence IV_{11}
Modéliser	Traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et les modélisations standard précisées ou données par le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. à interpréter sont simples et leur modélisation se conçoit, en règle générale, en une seule étape, voire deux.	Traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et si les modélisations sont proches de celles connues ou faciles à trouver d'après le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. à interpréter sont simples et leur modélisation se conçoit en règle générale en une ou deux étapes.	Trouver des modélisations suggérées par le contexte et adéquates à des situations connues ou inédites. Utiliser les informations pertinentes pour la modélisation, comprendre et décrire les interdépendances. Interpréter les modèles à l'aide de données concrètes et les décrire également d'un point de vue général. La modélisation se conçoit en deux ou trois étapes.	Développer et justifier par soi-même des modélisations concrètes et abstraites de situations connues ou inédites. Identifier et décrire les interdépendances entre les différents éléments, y compris dans des situations complexes, et définir par des mots, des symboles ou des graphiques les étapes intermédiaires que cela exige.
Argumenter, justifier	Justifier ou réfuter des assertions ou des phénomènes simples en les vérifiant à l'aide d'un exemple concret, en utilisant ou analysant les données à disposition ou en faisant valoir des arguments évidents.	Justifier ou réfuter des assertions ou des phénomènes simples en donnant un exemple concret, en calculant, transformant ou analysant quelques données ou expressions algébriques, ou en indiquant des relations simples et évidentes.	Justifier ou réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant les relations introduites dans l'énoncé, en vérifiant et analysant des données et en se référant à des lois connues.	Justifier ou réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant par soi-même des relations, en fournissant, vérifiant et structurant des données et en se référant à des théorèmes assez généraux.
Analyser, interpréter des résultats	Interpréter et contrôler des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, par un calcul, un croquis ou un raisonnement logique. Les modélisations requises, le cas échéant, sont fournies par le contexte.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données. Les modélisations requises, le cas échéant, sautent aux yeux d'après le contexte.	Interpréter des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources, contrôler leur exactitude et évaluer la pertinence des données. Comparer les stratégies et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé, mais sont à réaliser soi-même.	Analyser des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources et contrôler leur exactitude et leur pertinence. Comparer les stratégies, les options et les représentations et les améliorer et les corriger si nécessaire. Réaliser par soi-même les modélisations requises, le cas échéant.
Explorer, essayer	A partir d'un exemple donné, trouver d'autres exemples d'une assertion ou d'une situation. Analyser des systèmes comportant peu d'éléments ou à structure simple en variant les différents éléments.	Trouver des exemples d'assertions ou de situations, en tirer des conjectures, valider ou invalider des conjectures. Analyser la structure de systèmes en variant systématiquement les différents éléments, la méthode d'analyse étant suggérée par l'énoncé ou par les exemples.	Explorer une situation en procédant à des essais systématiques et en exploitant plusieurs possibilités, voire la totalité. Analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et en tirer des assertions valables pour la situation.	Echafauder des hypothèses sur une situation et les tester en appliquant une procédure appropriée. Analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments, identifier les solutions optimales et utiliser les résultats obtenus pour formuler des conjectures sur des lois générales.

5 Le modèle de compétences à l’échelle micro

5.1 Aperçu pour les 4e, 8e et 11e années

A l’échelle micro, le modèle de compétences HarmoS Mathématiques est affiné de manière à permettre la définition de standards de base. Pour ce faire, nous avons rapporté les descriptions des *can do* données dans les matrices à la table des niveaux, obtenant ainsi un modèle tridimensionnel tel qu'esquissé à l’échelle macro. Il n’aurait toutefois guère été utile d'établir une formulation explicite pour chaque cellule du modèle tridimensionnel car il eût été trop difficile d’y voir clair dans la multitude de formulations fortement redondantes qui en aurait résulté. Dans le *Modèle de compétences HarmoS Mathématiques*, nous avons donc opté pour une autre présentation à l’échelle micro.

Pour la 4e année: les deux tableaux se rapportent aux *domaines de compétence* Nombres & opérations et Géométrie.

Pour la 8e et la 11e année: chacun des tableaux est dédié à l’un des huit *aspects de compétence*. La première colonne contient les *can do* correspondant aux cinq domaines de compétence. Les quatre autres colonnes regroupent la description des niveaux de compétence sur une même ligne. Si l'on veut par exemple savoir ce que l'on entend par «niveau de compétence III_{11} dans le domaine Géométrie pour l’aspect de compétence Argumenter, justifier», il suffit de relier la description des *can do* à celle du niveau en question (voir illustration 5-1).

4.17 Niveaux de compétence pour le type de compétence Argumenter, justifier
11e année

	Description des *can do*	Niveau de compétenceI_{11}	Niveau de compétenceII_{11}	Niveau de compétenceIII_{11}	Niveau de compétenceIV_{11}
Nombres et opérations	Les élèves sont capables de justifier des affirmations sur des régularités numériques, arithmétiques et algébriques . Ils sont capables d'organiser des argumentations et des calculs plus complexes à plusieurs étapes et d’expliciter la procédure adoptée.	Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions ou des phénomènes simples en les vérifiant à l'aide d'un exemple concret, en utilisant ou analysant les données à disposition ou en faisant valoir des arguments évidents.	Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions ou des phénomènes simples en donnant un exemple concret, en calculant, transformant ou analysant quelques données ou expressions algébriques, ou en indiquant des relations simples et évidentes.	Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant les relations introduites dans l'énoncé, en vérifiant et analysant des données et en se référant à des lois connues.	Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant par eux-mêmes des relations, en fournissant, vérifiant et structurant des données et en se référant à des théorèmes assez généraux.
Géométrie	Les élèves peuvent justifier l'exactitude de formules simples et l'existence de relations et de situations géométriques à l'aide de propriétés géométriques élémentaires. Ils sont capables de formuler des conjectures relatives à des théorèmes géométriques simples et d’argumenter à leur propos.				
Grandeurs et Mesures	Les élèves sont capables de justifier des affirmations concernant des grandeurs et des rapports entre des grandeurs en utilisant de façon pertinente les grandeurs, les mesures et les transformations d'unités appropriées. Ils sont capables de prendre des décisions en faisant référence à des systèmes de mesures.				
Fonctions	Les élèves sont capables de prendre des décisions judicieuses (par exemple de contrats et d'achats) à partir de l'analyse des liens fonctionnels. Ils peuvent analyser des affirmations émises sur des liens fonctionnels donnés par des tables, des représentations graphiques ou par une expression algébrique et conduire des raisonnements simples.				
Analyse de données	Les élèves sont capables de mener une analyse critique d’affirmations qui se basent sur des séries de données, des diagrammes et d'autres représentations statistiques. Ils peuvent justifier leurs propres affirmations à l'aide de représentations et calculs statistiques. Ils peuvent justifier à bon escient des affirmations en se référant à la probabilité d’événements.				

illustration 5-1

5.2 Niveaux d'exigence pour le domaine de compétence Nombres et opérations 4e année

		Description des *can do*	Niveau d'exigence I_4 (indice < 369) Champ des nombres jusqu'à 20, dizaines jusqu'à 100	Niveau d'exigence II_4 (369 ≤ indice < 572) Champ des nombres jusqu'à 100, opérations sans passage de dizaine	Niveau d'exigence III_4 (572 ≤ indice) Champ des nombres jusqu'à 100, opérations avec passage de dizaine
Représenter, communiquer	Formuler, représenter	Les élèves peuvent décrire ou représenter les solutions et leurs étapes de résolution pour être compris par leurs pairs. Ils peuvent comprendre ces représentations et ces descriptions produites par leurs pairs.	*non testé et difficile à évaluer*		
	Argumenter, justifier	Les élèves peuvent faire des hypothèses sur les relations qui unissent les calculs et la situation représentée.	Ecrire le calcul utilisé pour résoudre un problème additif (à une étape)	Ecrire le calcul utilisé pour résoudre un problème additif de comparaison (retrouver un état initial ou à plusieurs étapes)	*non testé*
	Analyser, interpréter des résultats	Les élèves peuvent, sur demande, tester la solution trouvée à un problème arithmétique.	*non testé et difficile à évaluer*		

Résoudre des problèmes, utiliser des techniques et des outils	Explorer, essayer	Les élèves peuvent résoudre des problèmes par une succession d'essais systématiques et par une collecte des différentes solutions possibles.	Expérimenter avec des nombres simples (dans le champ des nombres jusqu'à 20 ou avec des dizaines) afin de proposer une réponse possible à une question	Expérimenter avec les nombres jusqu'à 100 afin de proposer plusieurs réponses possibles à une question	*non testé*
	Modéliser	Les élèves peuvent résoudre des problèmes simples en contexte par des moyens arithmétiques (addition, soustraction) (p.ex. dans des situations nécessitant la comparaison, la composition ou le complémentaire de nombres).	Résoudre des problèmes additifs à une étape (relevant de problèmes additifs de composition ou de transformation)[39]	Résoudre des problèmes additifs (y compris relevant de problème de comparaison) ou à plusieurs étapes Compléter des suites de nombres (par pas maximum de 10) Utiliser l'associativité (sans la nommer comme telle) dans le champ des nombres jusqu'à 20 Trouver une solution à un problème multiplicatif (de répartition) représenté par des images (avec des nombres < 20)	Résoudre des problèmes additifs (y compris relevant de problème de comparaison)[40] ou à plusieurs étapes Utiliser l'associativité (sans la nommer comme telle) *Résoudre un problème multiplicatif (non testé)*
	Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Les élèves peuvent effectuer des additions, des soustractions et trouver le complémentaire dans le champ des nombres jusqu'à 100 et, selon les besoins, utiliser les propriétés de commutativité et d'associativité. Ils peuvent décomposer les nombres de façon additive, en trouver la moitié ou les doubler et reconnaître la structure numérique de position.	Additionner, soustraire, doubler et prendre la moitié (sans compter sur les doigts)[41] Compléter un nombre jusqu'à la dizaine suivante dans le champ des nombres jusqu'à 100 *Compter jusqu'à 100 (de un en un) (non testé)* *Compléter les parties de la bande numérique (jusqu'à 20) (non testé)*	Additionner et soustraire sans compter sur ses doigts Doubler des nombres et en prendre la moitié avec/sans passage de dizaine Compléter un nombre jusqu'à une dizaine donnée Compter en avant de deux en deux, en arrière de un en un ou de dix en dix Compléter des parties de la bande numérique (avec possibilité de faire les pas intermédiaires) Mettre en relation les informations d'un tableau	Additionner, soustraire, compléter, doubler des nombres et en prendre la moitié sans compter sur ses doigts Compter de manière fluide en avant de deux en deux, en arrière de un en un ou de dix en dix Compléter des éléments de la bande numérique (sans possibilité de faire les pas intermédiaires)
	Utiliser des instruments et des outils	Les élèves peuvent lire et utiliser différentes représentations où sont organisés les nombres (p.ex. table de cent) et des tableaux. Ils peuvent utiliser des regroupements d'objets pour dénombrer.	*non testé*		
Savoir, reconnaître, décrire	Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves connaissent les symboles et l'écriture des nombres jusqu'à 100. Ils peuvent constituer de petites quantité sans compter (p.ex. 7 en prenant 3 et 4) et trouver les complémentaires des nombres 1 à 9 par rapport à 10.	*Dénombrer des collections dessinées désordonnées (jusqu'à 20) (non testé)* Se repérer dans la bande numérique jusqu'à 100: trouver les nombres précédents et suivants Lire et compléter un tableau (données numériques ou nominales)	*Dénombrer des collections d'objets concrets (jusqu'à 100) (non testé)* Reconnaître, par une description en mots, la structure multiplicative donnée dans une image	Dénombrer des collections dessinées désordonnées (notamment par des groupements)

[39] Exemple de problème de composition: Marie a 3 billes, Jean en a 5. Combien en ont-ils ensemble?
Exemple de problème de transformation: Marie a 2 billes, Jean lui en donne 5. Combien Marie en a-t-elle maintenant?

[40] Exemple de problème de comparaison: Marie a 5 billes, Jean en a 8. Combien Jean en a-t-il de plus que Marie?

[41] Bien que la mention «sans compter sur les doigts» ne corresponde que partiellement aux résultats empiriques, elle doit être exigée au moins pour les «tâches-clés» (compléter jusqu'à 10 et 20, multiplier ou diviser par 2)

5.3 Niveaux d'exigence pour le domaine de compétence Géométrie 4^e^ année

		Description des *can do*	Niveau d'exigence I_4 (indice < 369)	Niveau d'exigence II_4 ($369 \leq$ indice)
Représenter, communiquer	Formuler, représenter	Les élèves peuvent décrire oralement des figures ou des frises ainsi que l'écart à la régularité.	*non testé*	
	Argumenter, justifier	Les élèves peuvent reconnaître et décrire oralement une irrégularité ou une erreur dans une frise.	*non testé*	
	Analyser, interpréter des résultats	Les élèves peuvent reconnaître et décrire oralement une irrégularité ou une erreur dans une frise.	*non testé*	
Résoudre des problèmes, utiliser des techniques et des outils	Explorer, essayer	Les élèves peuvent résoudre des problèmes par une succession d'essais systématiques et par une collecte des différentes solutions possibles.	*non testé*	
	Modéliser	Les élèves peuvent résoudre des problèmes en utilisant les invariants des figures lors de transformations dans l'espace.	Poursuivre le dessin d'une frise simple (p.ex. ligne continue sans croisement, bande ornementale composée d'un seul élément) Reconnaître le principe de symétrie axiale	Poursuivre le dessin d'une frise complexe ou compléter des pièces manquantes (p.ex. ligne continue avec croisements, pavage) Compléter les figures issues d'une symétrie axiale Comparer les dimensions de formes planes ou de solides Composer une forme donnée à partir de formes géométriques
	Appliquer des procédures, utiliser des techniques	Les élèves peuvent comparer des figures géométriques simples entre elles. Ils peuvent reproduire ou compléter une figure géométrique simple en utilisant un réseau (rotation, réduction ou agrandissement) ou encore compléter des figures géométriques simples par translation ou symétrie axiale.Ils peuvent décomposer et recomposer des figures complexes.	Compléter une suite de formes géométriques simples (trois à quatre formes) Utiliser un quadrillage pour dessiner un chemin	Compléter des figures géométrique par translation, symétrie axiale ou rotation à l'aide d'un quadrillage Reconnaître une forme indépendamment de sa position dans le plan Utiliser un quadrillage pour dessiner des figures données
	Utiliser des instruments et des outils	Les élèves savent utiliser un moyen adapté pour comparer des longueurs entre elles. Ils utilisent un réseau pour compléter un dessin, le réduire, l'agrandir ou se repérer.	*non testé*	
Savoir, reconnaître, décrire	Savoir, reconnaître, décrire	Les élèves comprennent le vocabulaire des positions relatives dans l'espace (comme "entre", "sur", "dessous", "dessus", ci-dessus", "devant", "derrière", "à gauche de", "à droite de") et peuvent employer eux-mêmes ces expressions correctement. Ils connaissent des figures élémentaires simples (cercle, rectangle, carré, triangle) et peuvent leur attribuer leur nom.	Connaître quelques formes élémentaires (dont: carré, rectangle, triangle, cercle) et leur attribuer leur nom	Connaître les formes élémentaires que sont le carré, le rectangle, le triangle et le cercle et leur attribuer leur nom

5.4 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Savoir, reconnaître, décrire 8^{e} année

	Description des *can do*	Niveau d'exigence I_8	Niveau d'exigence II_8	Niveau d'exigence III_8	Niveau d'exigence IV_8
Nombres et opérations	Les élèves comprennent et utilisent des termes techniques algébriques ou arithmétiques (entre autres : addition, soustraction, multiplication, division, terme, facteur, somme, différence, produit, quotient, reste, partie, diviseur, multiple) et des symboles (=, ≠, <, ≤, >, ≥, +, –, •, :, ()). Ils connaissent des critères de divisibilité simples et peuvent lire, écrire et ordonner des nombres naturels et décimaux, comme en expliquer l'écriture décimale (système de position).	Dans les situations données, les élèves sont capables de reconnaître et décrire quelques éléments mathématiques courants (opérations, figures, corps, mesures, fractions, termes, tableaux, etc.) et des structures simples. Ils sont capables d'identifier, nommer et attribuer des éléments mathématiques usuels et comprendre la signification de symboles courants. Ils savent décrire des situations et des opérations simples sur des contextes connus, également sans instrument graphique.	Dans les situations données, les élèves sont capables de reconnaître et décrire les éléments mathématiques courants (opérations, figures, corps, mesures, fractions, termes, tableaux, etc.) et des structures simples. Ils sont capables d'identifier et classer des éléments mathématiques sous différentes formes de présentation. Ils savent décrire des situations et des opérations, également sans instrument graphique, à condition qu'elles soient simples et/ou tirées d'un contexte connu.	Les élèves sont capables de reconnaître et décrire des situations mathématiques même si elles contiennent des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques peu courants. Ils sont capables d'identifier les informations pertinentes même dans un contexte assez complexe et reconnaître les analogies. Ils peuvent se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations assez complexes ou sans lien avec la vie quotidienne.	Les élèves sont capables de reconnaître et décrire des situations mathématiques exigeant des prérequis mathématiques assez importants en matière de termes techniques, de symboles, de structures et de régularités. Ils sont capables d'identifier les informations pertinentes même dans un contexte assez complexe et reconnaître les analogies, les erreurs et les inexactitudes. Ils peuvent se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations mathématiques.
Géométrie	Les élèves comprennent et utilisent des notions géométriques fondamentales (point, segment, angle, parallèle, diamètre, périmètre, axe de symétrie, diagonale, perpendiculaire, triangle, rectangle, carré, cercle, surface, cube). Ils peuvent rendre compte de la signification d'esquisses et de dessins d'une situation géométrique.				
Grandeurs et Mesures	Les élèves connaissent les termes techniques et les abréviations pour des grandeurs (entre autres : monnaie, longueur, surface, poids/masse, temps, capacité), peuvent donner des exemples concrets sur des grandeurs familières et expliquer le système décimal des unités de mesure.				
Fonctions	Les élèves sont familiarisés avec des tableaux de valeurs liés à des fonctions (même s'ils ne disposent pas encore d'une description ou d'une définition exacte des fonctions). Ils peuvent reconnaître des suites proportionnelles et des propriétés de linéarité ou dans un contexte numérique ou graphique.				
Analyse de données	Les élèves comprennent et utilisent des termes statistiques de base (moyenne, diagramme circulaire, en barre, en colonne), peuvent lire des données ainsi que des représentations correspondantes et donner des renseignements sur des données qui sous-tendent le diagramme.				

5.5 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Appliquer des procédures, utiliser des techniques 8^{e} année

	Description des *can do*	Niveau d'exigence I_8	Niveau d'exigence II_8	Niveau d'exigence III_8	Niveau d'exigence IV_8
Nombres et opérations	Oralement ou par écrit selon la complexité, les élèves peuvent effectuer des additions et soustractions avec des nombres naturels et des nombres décimaux, ainsi que des multiplications et divisions avec des nombres naturels à 5 chiffres. Pour des calculs plus compliqués, ils peuvent en estimer le résultat et l'arrondir. Ils peuvent utiliser des propriétés des opérations pour simplifier le calcul.	Les élèves sont capables d'effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'une seule étape, dans un contexte connu et clairement structuré. Les étapes sont indiquées ou familières depuis l'école primaire. Ils sont capables d'estimer les résultats d'une opération.	Les élèves sont capables d'effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'un petit nombre d'étapes connues d'eux, dans un contexte connu et clairement structuré. Ils savent simplifier des calculs, des figures et des données en se servant des propriétés des opérations.	Les élèves sont capables d'effectuer des opérations assez complexes au moyen de symboles, de nombres et d'autres éléments mathématiques. Ils savent simplifier et effectuer les opérations en se servant des lois mathématiques.	Les élèves sont capables d'effectuer des opérations dans des contextes complexes. Ils sont capables de passer d'un mode de représentation à l'autre et de tirer parti des avantages de chacun. Les modélisations requises, le cas échéant, sont déduites du contexte. Ils savent estimer, calculer et représenter les résultats d'opérations.
Géométrie	Les élèves peuvent s'orienter dans l'espace. Ils peuvent reconnaître et décrire la position d'objets du plan et de l'espace et les transformations qui résultent d'une translation, rotation, symétrie axiale et centrale. Ils peuvent esquisser et dessiner des figures géométriques de base et des pavages géométriques réguliers simples (frises, parquets). Ils peuvent décomposer des polygones en figures élémentaires (triangle, rectangle, carré). Ils peuvent estimer le périmètre et l'aire de figures (rectangles avec mesure des côtés entière).				
Grandeurs et Mesures	Les élèves peuvent effectuer des calculs avec des grandeurs (monnaie, longueur, surface, poids/masse, temps, capacité). Ils peuvent comparer des grandeurs, les mesurer, les estimer et les arrondir.				
Fonctions	Les élèves peuvent reconnaître la régularité dans des suites numériques simples et les compléter, compléter des tableaux de valeurs, respectivement, d'effectuer des calculs de proportionnalité simples. Ils peuvent interpréter qualitativement des points et des représentations graphiques simples dans un système de coordonnées. Ils peuvent compléter des représentations graphiques de fonctions simples.				
Analyse de données	Les élèves peuvent, sur la base de données de mesures, déterminer la moyenne, compléter des tableaux, des diagrammes en colonnes et en bâtons ainsi qu'effectuer les opérations adéquates pour répondre à une question statistique simple.				

5.6 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Utiliser des instruments et des outils*) 8^e^ année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_8</th><th>Niveau d'exigence II_8</th><th>Niveau d'exigence III_8</th><th>Niveau d'exigence IV_8</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves connaissent les fonctions et les touches les plus importantes d'une calculatrice (+, -, x, /, =,…) et peuvent les utiliser pour effectuer les calculs mentionnés ci-dessus.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'utiliser, sur demande, le compas, la règle, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice, les ouvrages de référence et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour présenter des situations simples.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'employer en ayant peu besoin d'aide le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice, les ouvrages de référence et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour présenter des situations simples.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'employer le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour les opérations et les représentations sortant du cadre élémentaire. Ils savent utiliser les ouvrages de référence.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'employer les instruments traditionnels et informatiques même pour des opérations ou des représentations assez complexes et sans lien avec la vie quotidienne. Ils savent utiliser par eux-mêmes les ouvrages de référence.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves peuvent utiliser des instruments tels que le compas, la règle, l'équerre pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires entre elles, ainsi que pour construire et dessiner de telles droites.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves peuvent utiliser des instruments de mesure (notamment une montre, un mètre, une balance, un verre mesureur) adaptés à la situation.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>(vide)</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>(vide)</td></tr>
</table>

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

5.7 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Formuler, représenter*)
8^e année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_8</th><th>Niveau d'exigence II_8</th><th>Niveau d'exigence III_8</th><th>Niveau d'exigence IV_8</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves peuvent extraire par écrit des formulation de calculs avec des nombres naturels et des nombres décimaux, ainsi que présenter les calculs et argumentations correspondants de telle façon que cela soit compréhensible par d'autres. Ils peuvent représenter des solutions possibles à des problèmes arithmétiques en utilisant un langage clair et représentatif, des esquisses et des dessins (opérations de base).</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et qui ne comportent qu'un petit nombre de symboles, de termes techniques et de graphiques élémentaires. Ils sont capables de formuler à leur tour leurs propres réflexions avec leurs propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant que des symboles, des termes techniques et des graphiques élémentaires. Ils sont capables de formuler à leur tour leurs propres réflexions avec leurs propres mots ainsi que des termes techniques, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions isolées.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et faisant davantage appel à des symboles, des termes techniques et des graphiques. Ils sont capables de formuler différemment leurs propres réflexions à ce sujet en utilisant leurs propres mots et termes techniques; les éventuelles erreurs et imprécisions commises peuvent être corrigées avec de l'aide.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres, même si elles comportent des erreurs et des lacunes ou des termes techniques inconnus mais dont la signification peut se déduire du contexte. Ils sont capables de formuler différemment leurs propres réflexions à ce sujet mais conformément au contexte, en corrigeant le cas échéant, sur demande mais de manière autonome, les erreurs et imprécisions commises.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>(vide)</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves peuvent comprendre des croquis relatifs à des situations et à des objets comportant des indications de mesures et peuvent représenter, eux-mêmes, des situations et des objets par des croquis et des indications de mesures, de telle façon que cela soit compréhensible par d'autres. Ils posent des calculs et indiquent les étapes de résolution en tenant compte des unités de mesures en question et en les caractérisant.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de retenir des informations sur des relations fonctionnelles simples entre grandeurs (en particulier, la proportionnalité). Ils peuvent représenter des informations courantes et les communiquer par leurs propres mots (sans terminologie technique).</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves peuvent comprendre des informations des médias qui contiennent des représentations statistiques de la vie courante, les représenter et les commenter avec leurs propres mots. Dans des cas simples, ils peuvent utiliser des tableaux et des graphiques (diagramme en colonnes et en bâtons) pour illustrer des documents.</td></tr>
</table>

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

5.8 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Modéliser 8e année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_8</th><th>Niveau d'exigence II_8</th><th>Niveau d'exigence III_8</th><th>Niveau d'exigence IV_8</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables de traduire des problèmes et des consignes de différents domaines de la vie courante à l'aide de nombres et de variables et de les mettre en relation avec des concepts arithmétiques (p.ex. relation d'ordre, opérations directes et indirectes). Ils peuvent reconnaître des suites arithmétiques simples, les compléter et les vérifier.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et les modélisations standard précisées ou données par le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. qu'ils ont à interpréter sont simples, et leur modélisation se conçoit, en règle générale, en une seule étape.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et si les modélisations sont proches de celles connues ou faciles à trouver d'après le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. qu'ils ont à interpréter sont simples, et leur modélisation se conçoit en une ou deux étapes.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de trouver des modélisations suggérées par le contexte et adéquates à des situations connues ou inédites, et de les décrire avec des mots. Ils sont capables d'utiliser les informations importantes pour la modélisation, de comprendre les interdépendances et de les décrire. Les textes, tableaux, graphiques, etc. qu'ils ont à interpréter sont simples, mais doivent être mis en relation entre eux. La modélisation peut nécessiter plusieurs étapes.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de développer par eux-mêmes des modélisations concrètes de situations connues ou inédites et de les décrire avec des mots. Ils sont capables d'identifier et de décrire les interdépendances entre les différents éléments, y compris dans des situations complexes, et de définir par des mots, des symboles ou des graphiques les étapes intermédiaires que cela exige.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves peuvent mettre en relation des objets réels, des situations concrètes avec des représentations géométriques (p.ex. plans et croquis).</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables de saisir correctement des problèmes et des situations problèmes de différents domaines de la vie courante dans lesquelles des mesures ou des calculs ont un rôle à jouer. Ils peuvent réfléchir aux étapes appropriées menant à la solution (transformations, esquisses).</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de découvrir, en contexte (vie courante), des relations de proportionnalité et de linéarité, et de les utiliser pour décrire (sans terminologie technique) et résoudre des problèmes.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables, sur la base de représentations statistiques données, de sélectionner des informations nécessaires à la résolution d'un problème ou d'une question spécifique. Ils peuvent aussi s'en inspirer pour planifier et mener eux-même une collecte de données.</td></tr>
</table>

5.9 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Argumenter, justifier 8e année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_8</th><th>Niveau d'exigence II_8</th><th>Niveau d'exigence III_8</th><th>Niveau d'exigence IV_8</th></tr>
<tr><td>Nombres et opé-rations</td><td>Les élèves sont capables de justifier des affirmations sur des lois numériques et arithmétiques. Ils peuvent articuler des argumentations et des calculs en plusieurs étapes et rendre compte de leur démarche.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions simples en les vérifiant à l'aide d'un exemple concret, en utilisant les données à disposition ou en faisant valoir des arguments évidents.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions et des procédés simples en donnant un exemple concret, en calculant, transformant, analysant ou vérifiant quelques données ou en indiquant des relations simples et évidentes.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions et des procédés en utilisant les relations introduites dans l'énoncé, en vérifiant et analysant des données, en montrant un exemple choisi à bon escient et en se référant à des lois mathématiques connues.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions et des procédés en trouvant et utilisant par eux-mêmes des relations, en fournissant, vérifiant et structurant des données et en se référant à des lois mathématiques connues.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>(vide)</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables de préciser et d'argumenter qualitativement (p.ex. grand-petit, long-court) des affirmations concernant des données de grandeurs. Ils sont capables d'extraire des argumentations plus complexes où interviennent des données de grandeurs et d'adopter une position critique.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de prendre des décisions plausibles (p.ex. choix d'un achat ou non) en se fondant sur l'analyse de contextes fonctionnels, de justifier des affirmations sur des relations de proportionnalité et de conduire des raisonnements argumentés simples.</td></tr>
<tr><td>Analyse de don-nées</td><td>Sur la base de données, les élèves sont à même de formuler des pronostics et d'argumenter des conclusions.</td></tr>
</table>

5.10 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Analyser, interpréter des résultats 8^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I$_8$</th><th>Niveau d'exigence II$_8$</th><th>Niveau d'exigence III$_8$</th><th>Niveau d'exigence IV$_8$</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables, dans le champ des nombres naturels, d'examiner les présentations et affirmations des autres, tout comme leurs propres résultats, en contrôlant des calculs et selon toute vraisemblance. Sur demande, ils peuvent, à partir de solutions à des problèmes numériques, réfléchir sur l'utilité des moyens mis en œuvre, sur la généralisation des solutions et de la transmissibilité de la méthode à d'autres problèmes.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'interpréter et de vérifier des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, par un calcul, un croquis ou un raisonnement logique.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'interpréter des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, de contrôler leur exactitude et d'évaluer la pertinence des données.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'interpréter des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources, de contrôler leur exactitude et d'évaluer la pertinence des données. Ils savent comparer les stratégies et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'analyser des assertions, des représentations et des résultats provenant de différents sources et de contrôler leur exactitude et leur pertinence. Ils savent comparer les stratégies, les options et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, sont suggérées par le contexte ou l'énoncé, mais les élèves doivent les réaliser eux-mêmes.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Sur demande, les élèves sont capables d'examiner des résultats obtenus concernant des propriétés géométriques de figures simples.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables d'examiner les affirmations des autres concernant des grandeurs données, tout comme leurs propres grandeurs mesurées, et des résultats calculés, par comparaison à la réalité et par le contrôle des calculs et des mesures. Sur demande, ils peuvent, à partir de solutions à des problèmes, réfléchir sur l'utilité des moyens mis en œuvre, sur la généralisation des solutions et de la transmissibilité de la méthode à d'autres problèmes.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de contrôler leurs propres résultats ou ceux des autres concernant des relations fonctionnelles (en particulier de proportionnalité).</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves peuvent comparer entre elles et contrôler des assertions et des décisions basées sur des représentations statistiques (base de données, tableau, diagramme) et formuler des questions complémentaires sur des résultats trouvés.</td></tr>
</table>

5.11 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Explorer, essayer 8^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_8</th><th>Niveau d'exigence II_8</th><th>Niveau d'exigence III_8</th><th>Niveau d'exigence IV_8</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables d'explorer des ensembles numériques ou arithmétiques dans le champ des nombres naturels et, par variation systématiques des valeurs, de trouver les nombres ou les opérations solutions et de poser des hypothèses ; par un choix personnel de nombres pris pour exemple, ils sont capables d'établir une généralisation à partir de leur preuve.</td><td rowspan="5">A partir d'un exemple donné, les élèves sont capables de trouver d'autres exemples d'une assertion ou d'une situation, d'analyser des systèmes comportant peu d'éléments ou à structure simple en variant les différents éléments et de formuler leurs propres questions sur une situation ou un exemple simple.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de trouver des exemples d'assertions ou de situations, d'en tirer des conjectures, de valider ou d'invalider des conjectures Ils savent analyser la structure de systèmes en variant systématiquement les différents éléments, la méthode d'analyse leur étant suggérée par l'énoncé ou par les exemples.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'explorer une situation en procédant à des essais systématiques et en exploitant plusieurs possibilités, voire la totalité. Ils savent analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et en tirer des assertions valables pour la situation.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'échafauder des hypothèses sur une situation et de les tester en appliquant une procédure appropriée.
Ils savent analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et formuler des relations à partir des résultats obtenus.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves sont capables d'examiner des structures géométriques simples (p.ex. Pentominos ou développement d'un dé) et des faits (p.ex. positions possibles de différents objets), de formuler des conjectures et de les confirmer ou infirmer par des essais systématiques.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables d'examiner et de rechercher, en s’appuyant sur des mesurages et des expérimentations, des rapports entre des grandeurs (p.ex. le volume de différents objets) et les relations entre différentes grandeurs (p.ex. aire et périmètre); par des variations systématiques de grandeurs, ils peuvent trouver des solutions et des hypothèses et notamment tester les hypothèses trouvées.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de formuler et de tester des conjectures à propos de relations fonctionnelles (en particulier sur la proportionnalité) dans la réalité et en mathématiques.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables d'effectuer des expérimentations simples liées au hasard avec des dés, des pièces de monnaie ou des cartes à jouer et d'en dénombrer les issues ; ils peuvent estimer qualitativement (en terme de « plus ou moins de chance ») la probabilité d'un événement par des essais.</td></tr>
</table>

5.12 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Savoir, reconnaître, décrire 11^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_{11}</th><th>Niveau d'exigence II_{11}</th><th>Niveau d'exigence III_{11}</th><th>Niveau d'exigence IV_{11}</th></tr>
<tr><td>Nombres et opé-rations</td><td>Les élèves comprennent et utilisent des termes techniques de l'arithmétique et de l'algèbre (notamment : "équation, "inéquation", „terme", "variable", "inconnues", "solution", "estimer" que "arrondir", "diviseur", "multiple", "nombre premier", "racine carrée", "racine") et connaissent différentes représentations des nombres (code décimal, fractionnaire, „pour cent", écriture scientifique, notation exponentielle de base réelle et d'exposant entier positif).</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de reconnaître et de décrire des situations mathématiques contenant quelques termes techniques, symboles et structures mathématiques relativement courants. Ils sont capables d'identifier, de nommer et d'attribuer un ou deux éléments ou symboles mathématiques si le contexte leur est familier et la situation mathématique aisée à décrypter. Ils peuvent décrire des situations et des opérations simples sur des contextes connus, également sans instrument graphique.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de reconnaître et de décrire des situations mathématiques contenant des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques courants. Ils sont capables d'identifier et de classer des éléments sous différentes formes de présentation. Ils savent déchiffrer des informations et décrire des caractéristiques qui ne sont pas immédiatement perceptibles. Ils connaissent et utilisent différentes formes de représentation. Ils sont capables de se représenter des situations et des opérations, à condition qu'elles soient simples et/ou tirées d'un contexte connu, également sans instrument graphique.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de reconnaître et de décrire des situations mathématiques même si elles contiennent des termes techniques, des symboles et des structures mathématiques peu courantes. Ils savent identifier les informations importantes même dans un contexte assez complexe, reconnaître les relations et les analogies et distinguer plusieurs solutions et variantes possibles. Ils sont capables de se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations assez complexes et peu usuelles.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de reconnaître et de décrire des situations mathématiques exigeant des prérequis mathématiques poussés en matière de termes techniques, de symboles, de structures et de théorèmes. Ils savent identifier les informations importantes, les erreurs et les inexactitudes même dans un contexte assez complexe et reconnaître spontanément différentes solutions et variantes. Ils sont capables de se représenter, sans instrument graphique, des situations et des opérations mathématiques.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèvent connaissent les principaux termes et concepts de la géométrie du plan et de l'espace. Ils sont en mesure d'identifier dans l'environnement quotidien des figures planes et des solides, de les décrire avec un langage adéquat et de les classifier à l'aide de leurs propriétés. Ils connaissent les théorèmes fondamentaux de la géométrie du plan (par exemple : théorème de Pythagore, Somme des angles internes d'un triangle).</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves connaissent les grandeurs usuelles (en particulier de longueur, aire, volume, capacité, masse/poids, temps, vitesse) et les unités de mesure les plus importantes. Ils connaissent l'organisation du système métrique fondée sur le système décimal et les représentations utilisant les puissances de dix. Ils connaissent la signification des préfixes : mega, kilo, deci, centi, milli et sont en mesure de les associer aux puissances de dix correspondantes.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves peuvent expliquer la notion de fonction (comme correspondance entre deux ensembles). Ils connaissent les termes techniques et symboles les plus importants en rapport avec des fonctions et les conventions de leurs représentations graphiques. Ils peuvent différencier différents types de fonctions (en particulier les fonctions affines par rapport aux autres).</td></tr>
<tr><td>Analyse de don-nées</td><td>Les élèves comprennent et utilisent les termes techniques liés aux phénomènes aléatoires et aux probabilités (en particulier : moyenne, fréquence absolue, fréquence relative, événements certains, possibles et impossibles"). Ils connaissent différents outils de présentation des données (en particulier : tableau de valeurs, diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes, diagrammes cartésiens) et le langage associé.</td></tr>
</table>

5.13 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Appliquer des procédures, utiliser des techniques 11^{e} année

	Description des *can do*	Niveau d'exigence I_{11}	Niveau d'exigence II_{11}	Niveau d'exigence III_{11}	Niveau d'exigence IV_{11}
Nombres et opérations	Les élèves peuvent effectuer les quatre opérations de base avec des nombres donnés par leur code décimal, fractionnaire ou en notation exponentielle simple (en particulier le notation scientifique). Selon la complexité, ils sauront effectuer ces opérations mentalement, par écrit ou avec un outils de calcul. Ils peuvent estimer et arrondir des résultats. Ils peuvent résoudre des équations et des systèmes d’équations simples et utiliser les propriétés des opérations pour simplifier des expressions algébriques.	Les élèves sont capables d'effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'une ou deux étapes, dans un contexte connu et clairement structuré. Les étapes sont indiquées ou se tirent aisément du contexte. Ils sont capables d'estimer les résultats d'opérations.	Ils sont capables d'effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'un petit nombre d'étapes, dans un contexte connu et clairement structuré. Ils savent transformer et simplifier les éléments donnés en se servant des propriétés d'opérations.	Ils sont capables d'effectuer des opérations assez complexes au moyen de symboles, de nombres et d'autres éléments mathématiques, et de réaliser les modélisations requises le cas échéant. Ils savent voir les relations entre les différentes opérations et utiliser les propriétés des opérations à des fins de simplification.	Ils sont capables d'effectuer des opérations dans des contextes assez complexes, de passer d'un mode de représentation à l'autre et de tirer parti des avantages de chacun, tout en réalisant les modélisations requises le cas échéant. Ils savent estimer, calculer et représenter les résultats des opérations.
Géométrie	Les élèves sont capables de représenter des figures géométriques dans le plan cartésien. Ils peuvent effectuer des constructions géométriques et effectuer des calculs et des transformations liés à des figures géométriques. Ils savent représenter les principaux solides de diverses manières, de même qu’estimer et calculer des longueurs, aires et volumes liés à ces solides.				
Grandeurs et Mesures	Les élèves sont capables d'exécuter des calculs avec des grandeurs (simples et aussi composées, en particulier la vitesse) et d'effectuer des transformations d'une unité de mesure à l'autre. Ils peuvent calculer des distances en grandeur réelle à partir de cartes et de plans dont l’échelle est donnée.				
Fonctions	Les élèves peuvent, pour des fonctions simples, chercher les valeurs correspondant à des arguments donnés, par calcul à partir de la forme algébrique ou en s’aidant d’une table ou d’une représentation graphique. Ils peuvent résoudre des situations faisant intervenir la proportionnalité directe et inverse. Ils savent déterminer algébriquement et/ou graphiquement l'intersection des graphes de deux fonctions affines.				
Analyse de données	Les élèves sont capables de construire un diagramme adapté sur la base de données de mesure, de tableaux de valeurs ou de diagrammes déjà construits, calculer des fréquences absolues et relatives et une moyenne arithmétique. Ils peuvent déterminer les probabilités des événements de manière expérimentale ou à l'aide de diagrammes en arbre.				

5.14 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Utiliser des instruments et des outils*)
11^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_{11}</th><th>Niveau d'exigence II_{11}</th><th>Niveau d'exigence III_{11}</th><th>Niveau d'exigence IV_{11}</th></tr>
<tr><td>Nombres et opé-rations</td><td>Les élèves connaissent les fonctions importantes d'une calculatrice de poche (+, -, *, /, =, x^2, $\sqrt{x}$, $^1/_x$, STO, RCL, ( ), y^x). Ils peuvent utiliser une feuille de calcul pour représenter des séries de données, résoudre des équations simples et explorer des relations numériques. Ils sont capables d'utiliser des mémentos, Internet ou des ouvrages de référence pour trouver des formules et procédures appropriées à la résolution de problèmes numériques.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables d'utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour effectuer des opérations élémentaires et pour représenter des situations simples. Ils savent utiliser des mémentos pour calculer des expressions algébriques simples n'exigeant pas de transformations.</td><td rowspan="5">Ils sont capables d'utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour effectuer des opérations et représenter des situations sortant du cadre élémentaire. Ils savent utiliser les mémentos pour faire des calculs n'exigeant pas de transformations.</td><td rowspan="5">Ils sont capables d'utiliser le compas, l'équerre, le rapporteur, les échelles, la calculatrice et l'ordinateur pour effectuer des opérations et représenter des situations complexes sortant du cadre élémentaire. Ils savent utiliser les mémentos pour calculer des expressions algébriques simples, également si elles exigent de menues transformations.</td><td rowspan="5">Ils sont capables d'employer les instruments habituels et informatiques pour effectuer des opérations ou des représentations assez compliquées et peu usuelles Ils savent utiliser par eux-mêmes les mémentos et les ouvrages de référence.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves savent utiliser la règle, le compas et équerre et rapporteur pour résoudre des problèmes de géométrique. Ils sont en mesure d'utiliser (de façon autonome ou avec d'aide) un programme de géométrie dynamique pour représenter, explorer et résoudre des situations géométriques. Ils sont capables d'utiliser des formulaires, des calculatrices ou des logiciels adaptés pour calculer des longueurs, aires et volumes</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables de choisir le moyen adéquat (mètre, rapporteur, balance, chronomètre, cylindre gradué) pour effectuer des mesurages (longueur, angle, masse, temps et vitesse, volume). Ils savent utiliser une calculatrice de poche et une feuille de calcul pour déterminer des mesures et effectuer des transformations d'unité.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables d'utiliser des calculatrices de poche et des ordinateurs (feuilles de calcul) pour établir des graphes de fonctions et des tables de valeurs.</td></tr>
<tr><td>Analyse de don-nées</td><td>Les élèves sont capables d'utiliser des calculatrices de poche des feuilles de calcul pour traiter des ensemble de données d'une certaine importance. Ils peuvent mettre en oeuvre des techniques appropriées pour choisir, classifier et représenter graphiquement (p. ex. diagrammes en colonnes) des données. Ils sont capables d'utiliser la calculatrice pour déterminer des résultats liés à des recherches combinatoires simples.</td></tr>
</table>

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

5.15 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Formuler, représenter*)
11e année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence II$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence III$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence IV$_{11}$</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves peuvent prendre en considération les calculs et arguments exprimés par écrit par d'autres. Ils peuvent présenter leurs propres calculs et arguments de façon compréhensible pour les autres. Ils peuvent présenter leur démarche et les solutions arithmétiques et algébriques trouvées au moyen de la langue naturelle, des symboles, d'esquisse et de dessins.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant qu'un petit nombre de symboles, de termes techniques et de graphiques élémentaires. Ils sont capables de formuler leurs propres réflexions avec leurs propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et ne comportant que des symboles, termes techniques et graphiques élémentaires. Ils sont capables de formuler leurs propres réflexions avec leurs propres mots, en ayant le droit de commettre des erreurs et des imprécisions isolées.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres et faisant davantage appel à des symboles, des termes techniques et des graphiques. Ils sont capables de formuler différemment leurs propres réflexions à ce sujet en utilisant leurs propres mots et termes techniques; les éventuelles erreurs et imprécisions commises peuvent être corrigées avec de l'aide.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de comprendre les représentations établies par d'autres même si elles comportent des erreurs et des lacunes ou des termes techniques inconnus mais dont la signification peut se déduire du contexte. Ils sont capables de formuler différemment leurs propres réflexions à ce sujet mais conformément au contexte, en corrigeant le cas échéant, sur demande mais de manière autonome, les erreurs et imprécisions commises.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves sont capables d'utiliser des représentations géométriques (cartes, esquisses, modèles, etc) pour transmettre à d'autres les éléments importants d'un problème ou pour illustrer leurs idées. Ils peuvent s'aider de représentations diverses pour illustrer et éclaircir des consignes et trouver des procédures de résolution.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et mesures</td><td>Les élèves sont capables de trouver des informations utiles à propos des grandeurs et des mesures dans des textes, des tableaux, des diagrammes, des illustrations, etc., et d'utiliser des comparaisons, des représentations et des descriptions pertinentes pour exprimer leurs propres idées.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables d'extraire des informations relatives à une situation dans laquelle intervient une relation de type fonctionnel, de mettre en forme cette information et de la communiquer de façon adéquate.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables de comprendre des affirmations et des argumentations pour lesquelles des diagrammes, des tableaux de valeurs ou d'autres formes de représentation statistique sont utilisés. Ils peuvent utiliser des représentations statistiques disponibles, pour présenter leurs propres avis et baser leurs affirmations et argumentations.</td></tr>
</table>

*) Niveaux d'exigence procédant d'une démarche théorique

5.16 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Modéliser 11e année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_{11}</th><th>Niveau d'exigence II_{11}</th><th>Niveau d'exigence III_{11}</th><th>Niveau d'exigence IV_{11}</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables d'aborder des problèmes et situations provenant de divers secteurs de la vie courante en utilisant des nombres, variables et divers concepts de l'arithmétique et de l'algèbre (relation d'ordre, opérations, opérations inverses).</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et les modélisations standard précisées ou données par le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. qu'ils ont à interpréter sont simples et leur modélisation se conçoit, en règle générale, en une seule étape, voire deux.</td><td rowspan="5">Ils sont capables traduire des problèmes (notamment de la vie courante) en un modèle mathématique si leurs tenants et aboutissants sont faciles à cerner et si les modélisations sont proches de celles connues ou faciles à trouver d'après le contexte. Les textes, tableaux, graphiques, etc. qu'ils ont à interpréter sont simples et leur modélisation se conçoit en règle générale en une ou deux étapes.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de trouver des modélisations suggérées par le contexte et adéquates à des situations connues ou inédites, d'utiliser les informations pertinentes pour la modélisation, de comprendre et de décrire les interdépendances. Ils savent interpréter les modèles à l'aide de données concrètes et les décrire également d'un point de vue général. La modélisation se conçoit en deux ou trois étapes.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de développer et de justifier par eux-mêmes des modélisations concrètes et abstraites de situations connues ou inédites. Ils savent identifier et décrire les interdépendances entre les différents éléments, y compris dans des situations complexes, et définir par des mots, des symboles ou des graphiques les étapes intermédiaires que cela exige.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves peuvent utiliser la géométrie pour interpréter, comprendre et modéliser des situations de la réalité quotidienne. Ils sont en mesure de mettre en œuvre leurs connaissances géométriques pour prendre des décisions.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et mesures</td><td>Les élèves sont capables de résoudre des problèmes de vie quotidienne qui mettent en jeu des mesures ou qui demandent une approche au moyen de grandeurs bien choisies (aire d'un appartement, vitesse d'une automobile, consommation de carburant, etc.).</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de déceler des liens fonctionnels dans diverses situations dont des situations de la vie quotidienne et de les utiliser pour décrire la situation ou résoudre un problème.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables d'interpréter des problèmes de la vie courante selon leurs aspects statistiques et probabilistes et à prendre sur cette base des décisions appropriées. A fin d'enquête ou de recueil de données, ils peuvent déterminer les données pertinentes à recueillir, puis de les organiser et de les traiter. Ils peuvent résoudre les problèmes combinatoires simples de la vie courante par arrangements, comptages ou calculs systématiques.</td></tr>
</table>

5.17 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Argumenter, justifier 11^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_{11}</th><th>Niveau d'exigence II_{11}</th><th>Niveau d'exigence III_{11}</th><th>Niveau d'exigence IV_{11}</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables de justifier des affirmations sur des régularités numériques, arithmétiques et algébriques . Ils sont capables d'organiser des argumentations et des calculs plus complexes à plusieurs étapes et d'expliciter la procédure adoptée.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables de justifier ou de réfuter des assertions ou des phénomènes simples en les vérifiant à l'aide d'un exemple concret, en utilisant ou analysant les données à disposition ou en faisant valoir des arguments évidents.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions ou des phénomènes simples en donnant un exemple concret, en calculant, transformant ou analysant quelques données ou expressions algébriques, ou en indiquant des relations simples et évidentes.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant les relations introduites dans l'énoncé, en vérifiant et analysant des données et en se référant à des lois connues.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de justifier ou de réfuter des assertions, des situations et des phénomènes en trouvant et utilisant par eux-mêmes des relations, en fournissant, vérifiant et structurant des données et en se référant à des théorèmes assez généraux.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves peuvent justifier l'exactitude de formules simples et l'existence de relations et de situations géométriques à l'aide de propriétés géométriques élémentaires. Ils sont capables de formuler des conjectures relatives à des théorèmes géométriques simples et d'argumenter à leur propos.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables de justifier des affirmations concernant des grandeurs et des rapports entre des grandeurs en utilisant de façon pertinente les grandeurs, les mesures et les transformations d'unités appropriées. Ils sont capables de prendre des décisions en faisant référence à des systèmes de mesures.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de prendre des décisions judicieuses (par exemple de contrats et d'achats) à partir de l'analyse des liens fonctionnels. Ils peuvent analyser des affirmations émises sur des liens fonctionnels donnés par des tables, des représentations graphiques ou par une expression algébrique et conduire des raisonnements simples.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables de mener une analyse critique d'affirmations qui se basent sur des séries de données, des diagrammes et d'autres représentations statistiques. Ils peuvent justifier leurs propres affirmations à l'aide de représentations et calculs statistiques. Ils peuvent justifier à bon escient des affirmations en se référant à la probabilité d'événements.</td></tr>
</table>

5.18 Niveaux d'exigence pour l'aspect de compétence Analyser, interpréter des résultats 11^e^ année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I_{11}</th><th>Niveau d'exigence II_{11}</th><th>Niveau d'exigence III_{11}</th><th>Niveau d'exigence IV_{11}</th></tr>
<tr><td>Nombres et opé-rations</td><td>Les élèves sont capables d'examiner les représentations et affirmations numériques émises par d'autres de même que de réexaminer des résultats calculés. Ils contrôlent leur propre résultat en estimant leur adéquation avec la réalité. Ils profitent des problèmes numériques résolus pour réfléchir sur l'utilité des moyens utilisés des possibilités de généralisation et de réutilisation.</td>
<td rowspan="5">Les élèves sont capables d'interpréter et de contrôler des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, par un calcul, un croquis ou un raisonnement logique, les modélisations requises, le cas échéant, leur étant fournies par le contexte.</td>
<td rowspan="5">Ils sont capables d'interpréter des assertions, des représentations et des résultats aisés à comprendre et provenant de différentes sources, de contrôler leur exactitude et d'évaluer la pertinence des données. Les modélisations requises, le cas échéant, sautent aux yeux d'après le contexte.</td>
<td rowspan="5">Ils sont capables d'interpréter des assertions, des représentations et des résultats provenant de différentes sources, de contrôler leur exactitude et d'évaluer la pertinence des données. Ils savent comparer les stratégies et les représentations et les corriger si nécessaire. Les modélisations requises, le cas échéant, leur sont suggérées par le contexte ou l'énoncé, mais ils doivent les réaliser eux-mêmes.</td>
<td rowspan="5">Ils sont capables d'analyser des assertions, des représentations et des résultats provenant de différentes sources et de contrôler leur exactitude et leur pertinence. Ils savent comparer les stratégies, les options et les représentations et les améliorer et les corriger si nécessaire. Ils sont capables de réaliser par eux-mêmes les modélisations requises, le cas échéant.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves sont capables, d'un point de vue géométrique, d'interpréter et d'analyser de façon critique des résultats obtenus concernant la géométrie ou d'autres domaines des mathématiques. Ils savent vérifier l'exactitude d'un résultat géométrique et sont capables de réfléchir à la possibilité de l'appliquer pour résoudre d'autres problèmes.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et mesures</td><td>Les élèves sont capables de vérifier des résultats trouvés par eux-mêmes ou proposés par d'autres, concernant des grandeurs et des mesures, au moyen de calculs et par confrontation à la réalité. Ils sont en mesure de juger si les unités et les ordres de grandeur d'une mesure sont adaptés à la situation proposée. De même, ils peuvent juger si l'approximation utilisée fait sens par rapport à la situation. Ils sont capables d'exploiter les mesures obtenues pour faire des comparaisons et pour reconsidérer des lieux communs concernant des grandeurs et leurs proportions.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables de confronter diverses méthodes pour résoudre des équations linéaires simples (par exemple: essais systématiques, méthode algébrique, méthode graphique) pour contrôler un résultat obtenu ou pour évaluer une méthode de résolution.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables d'analyser de façon critique des déclarations et des décisions basées sur des probabilités et des données statistiques. Ils sont capables, et disposés à le faire, d'examiner chez les autres et à propos de leur propre travail si les moyens de représentation sont appropriés et ont été correctement utilisés.</td></tr>
</table>

5.19 Niveaux d'exigence pour l’aspect de compétence Explorer, essayer 11^{e} année

<table>
<tr><th></th><th>Description des can do</th><th>Niveau d'exigence I$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence II$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence III$_{11}$</th><th>Niveau d'exigence IV$_{11}$</th></tr>
<tr><td>Nombres et opérations</td><td>Les élèves sont capables d’explorer des liens numériques, arithmétiques et algébriques. A travers la variation systématique des nombres ou des opérations, ils sont à même faire des hypothèses et émettre des conjectures. Ils sont également capables de justifier de façon autonome, au moyen d’exemples, leurs propositions.</td><td rowspan="5">Les élèves sont capables, à partir d'un exemple donné, de trouver d'autres exemples d'une assertion ou d'une situation et d'analyser en variant les différents éléments des systèmes comportant peu d'éléments ou à structure simple.</td><td rowspan="5">Ils sont capables de trouver des exemples d'assertions ou de situations, d'en tirer des conjectures, de valider ou d'invalider des conjectures. Ils savent analyser la structure de systèmes en variant systématiquement les différents éléments, la méthode d'analyse leur étant suggérée par l'énoncé ou par les exemples.</td><td rowspan="5">Ils sont capables d'explorer une situation en procédant à des essais systématiques et en exploitant plusieurs possibilités, voire la totalité, d'analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments et d'en tirer des assertions valables pour la situation.</td><td rowspan="5">Ils sont capables d'échafauder des hypothèses sur une situation et de les tester en appliquant une procédure appropriée. Ils savent analyser des structures en variant systématiquement les différents éléments, identifier les solutions optimales et utiliser les résultats obtenus pour formuler des conjectures sur des lois générales.</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>Les élèves sont capables d'explorer des situations géométriques inédites, de formuler des conjectures et de procéder à des vérifications pour les confirmer ou les invalider.</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et Mesures</td><td>Les élèves sont capables d'explorer des situations en effectuant des mesures prospectives et d'en dégager les propriétés, les relations, le modèle et la structure à l'aide de grandeurs et de comparaisons appropriées.</td></tr>
<tr><td>Fonctions</td><td>Les élèves sont capables d’émettre et de tester des conjectures relatives à des relations fonctionnelles observées dans la réalité ou en mathématique, de même que d’extraire des propriétés de ces fonctions et de leur représentation graphique.</td></tr>
<tr><td>Analyse de données</td><td>Les élèves sont capables d’explorer et d’étudier des situations relevant statistiques, probabilistes et combinatoires, d’imaginer des expériences relevant du hasard, de formuler des hypothèses et de les expérimenter.</td></tr>
</table>

6 Dispositifs de test, exemples de tâches et validation

6.1 Dispositifs de test

Les moyens d'enseignement assez récents basent et organisent l'enseignement autour de «conditions d'apprentissage».[42] Ils proposent en règle générale un set de tâches qui, en raison de leur structure fonctionnelle et/ou matérielle commune, peuvent être vues comme formant une seule grande tâche et traitées comme telle. Les avantages de cette orientation didactique sont largement reconnus par les mathématiciens didacticiens de l'aire alémanique. Le fait de s'attarder sur une thématique commune permet de l'approfondir, de se concentrer sur elle, de comparer différentes activités et discussions. Contrairement à cela, les tests sont pourtant encore souvent composés d'après des schémas connus, comme une série de tâches la plupart du temps indépendantes. Souvent, les tâches sont triées selon leur appartenance à un thème mathématique commun, et le plus souvent elles sont classées par ordre de difficulté croissante. Le Consortium HarmoS Mathématiques a choisi, pour des raisons didactiques, de ne pas suivre cette organisation traditionnelle des tests, mais de se laisser guider, lors de la construction du test, par la configuration des conditions de sa réalisation.

Les cahiers de tests de 8^{e} et de 11^{e} année contiennent, conformément au paradigme didactique, en majorité des tâches qui sont mises dans le contexte d'un «dispositif» (ou «environnement»). Cela permet aux élèves d'appréhender plus facilement par la pensée une structure, une chose, une question. Ils mettent ainsi à profit dans une tâche les raisonnements relatifs aux tâches qu'ils ont déjà résolues, n'ont pas besoin de se familiariser à chaque fois avec un nouveau contexte et ont l'occasion de corriger les erreurs de réflexion qu'ils auraient commises dans les tâches précédentes. Cette solution a toutefois aussi des défauts aux yeux des théoriciens. Les résultats des tâches doivent en règle générale être interprétés dans le contexte du dispositif de test dans lequel elles ont été résolues. On peut parfaitement imaginer que bon nombre de tâches seraient moins bien résolues si elles étaient présentées aux élèves sans lien avec les autres tâches du dispositif de test. Deux raisons nous ont néanmoins convaincus de choisir cette approche. La première est que, lors de PISA, plusieurs tâches avaient aussi été posées sous la forme de sous-tâches et, bien qu'évaluées indépendamment les unes des autres, elles ne pouvaient être considérées que dans leur contexte global. La seconde raison est qu'il faut s'attendre à ce que les tâches d'HarmoS Mathématiques aient une influence sur l'évolution de la culture en matière de test. Lors de la composition des cahiers de tests, nous avons toutefois veillé à ce que chaque solution soit indépendante des autres en ce sens que la résolution d'un item ne puisse pas être utilisée pour résoudre un autre item ou même ne doive pas avoir été obtenue au préalable.

A titre d'illustration, voici le «dispositif de test» pour la Géométrie – 8^{e} année, qui n'a pas été utilisé lors de la validation du modèle de compétences HarmoS (et peut donc être publié librement).

[42] par ex. les moyens d'enseignement *Zahlenbuch* et *mathbu.ch*

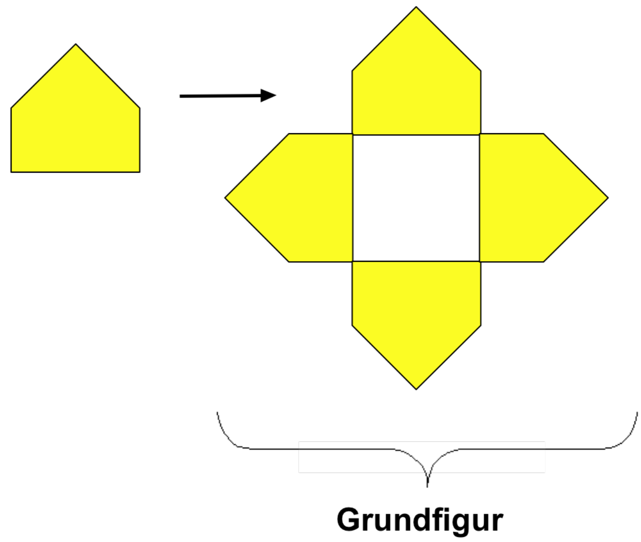
«Ornements orientaux»

Tâche 1

En Orient, le sol est souvent orné de compositions fantastiques. Le plus souvent, il s'agit de formes simples utilisées plusieurs fois. Il y a tout d'abord une figure de base, avec un carré évidé au centre.

A Décris comment s'obtient la figure de base (Grundfigur).

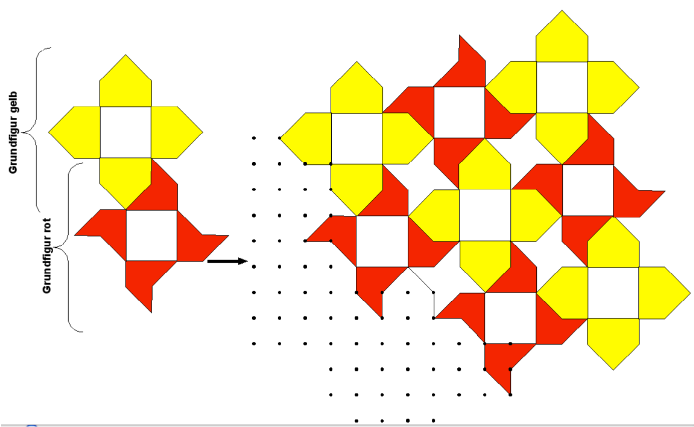
B Combien de fois la superficie de la figure de base (en couleur) est-elle plus grande que le carré central?



Tâche 2

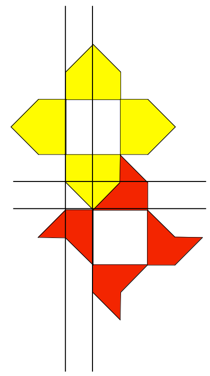
Plusieurs figures de base sont réunies pour former un ornement. Le dessin ci-contre montre comme s'obtient un tel décor.

Complète le dessin en y ajoutant une figure de base rouge et une jaune.



Tâche 3

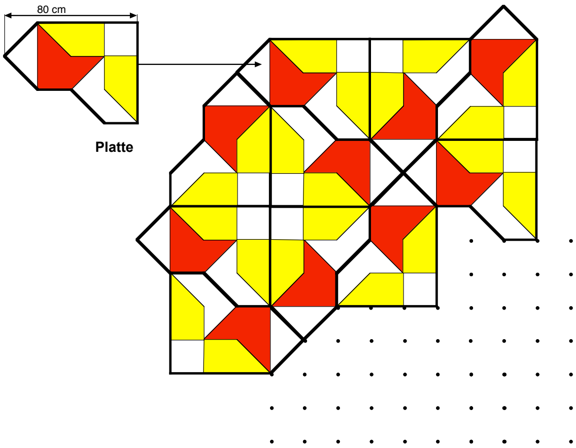
Ces ornements sont faciles à dessiner sur du papier ligné. Deux lignes horizontales et deux lignes verticales sont déjà dessinées. Dessine quatre autres lignes.



Tâche 4

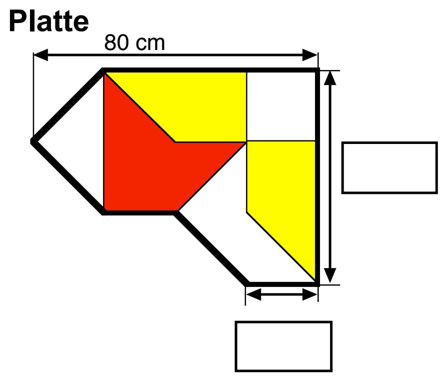
Pour garnir le sol, on fabrique des plaques d'argile. On les assemble côte à côte, en veillant parfois à les tourner. On obtient ainsi un dessin typiquement oriental.

Complète le dessin en y ajoutant une plaque.



Tâche 5

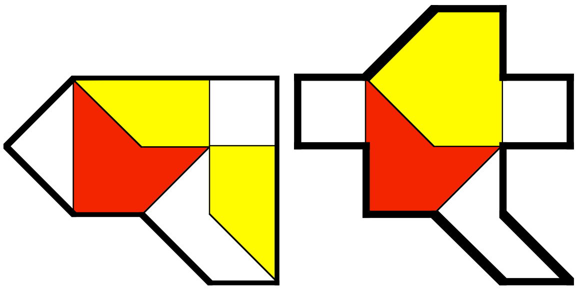
Une plaque fait 80 cm de large. Ecris dans les cases les deux dimensions recherchées.



Tâche 6

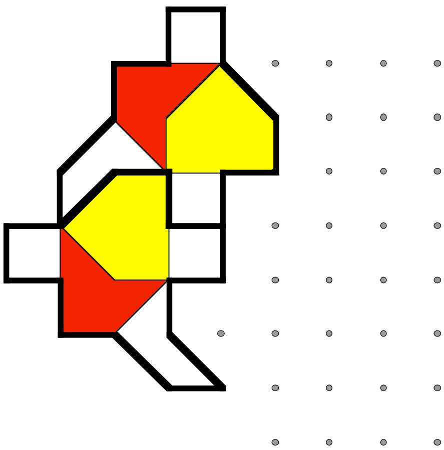
Monsieur Aziz pose le même dessin mais en utilisant des plaques spéciales. Il prétend que sa plaque est de la même grandeur que celle de la tâche 5. Pourquoi?

Les deux plaques sont reproduites ci-contre côte à côte.



Tâche 7

Deux plaques de M. Aziz sont déjà dessinées sur le plan. Dessines-en deux de plus, en te servant des points imprimés.



Les dispositifs de test comprennent en règle générale des tâches fermées ou qui ne laissent qu'une marge de manœuvre limitée et que peu de libre choix aux élèves. Ils répondent néanmoins aux exigences didactiques suivantes:

- ils se concentrent sur des notions mathématiques fondamentales,
- les tâches s'inscrivent dans un contexte cohérent que l'on découvre au fur et à mesure,
- ils portent sur divers types de compétences ou objectifs pédagogiques généraux,
- il est utile d'aborder certaines tâches en procédant à des essais ou des expériences,
- on ne peut exercer de résolutions standard des tâches que de manière très limitée.

A l'image d'autres dispositifs de test d'HarmoS Mathématiques, le contexte de la mosaïque orientale se prête à l'enseignement en tant que dispositif pédagogique. Les élèves peuvent notamment être invités à:

- créer leurs propres carreaux et plaques et les assembler en ornements,
- calculer ou évaluer le nombre de plaques nécessaires pour revêtir de parquet la salle de classe,
- examiner comment poser les plaques de manière à obtenir le dessin voulu,
- réfléchir à la taille (longueur et largeur) des plaques et, en fonction de la taille, au nombre de plaques nécessaires,
- réduire au minimum les chutes pour une superficie donnée.

Il va de soi que les questions de ce type doivent être introduites, évaluées et discutées dans le cadre de l'enseignement. Il est regrettable qu'elles n'entrent pas pour l'instant dans un test relatif à des standards de base, et il y a peu de chances, vu le coût, d'y changer quoi que ce soit à brève échéance.

6.2 Exemples de tâches relatives aux champs des matrices de compétence

Pour la 8^{e} et la 11^{e} année, nous avons conçu des tâches portant sur tous les domaines de compétence et, pour chacun d'entre eux, six aspects de compétence. Les ressources n'ont toutefois pas permis de tester la totalité des champs de la matrice lors de la phase de validation. Afin d'illustrer les formulations de compétence, l'annexe présente des tâches relatives à l'ensemble des champs de la matrice des *can do* de 8^{e} année.

6.3 Tests pilotes et prétests

Dans le cadre des travaux préalables à la conception des tests de validation pour la 8^{e} et la 11^{e} année, deux tests exploratoires ont été réalisés. Un *prétest réalisé en juin 2006* a contribué à clarifier les aspects quantitatifs de l'évaluation des difficultés et des niveaux. Il a également servi à simuler la réalisation du test principal. Il nous a permis de jauger les problèmes opérationnels et de prendre des mesures qualitatives en vue de la réalisation ultérieure du test.

Le *test pilote* réalisé en second lieu avait quant à lui une fonction purement qualitative. Des experts issus de la pratique de l'enseignement ont eu à évaluer les tâches sur la base d'une liste de critères. Même si ces tâches avaient été rédigées par des mathématiciens didacticiens disposant eux-mêmes d'expérience dans l'enseignement, leur qualité devait être soumise à l'appréciation de praticiens. Ces enseignantes et enseignants les ont fait faire par leurs élèves, puis ont analysé leurs résolutions, formulant si nécessaire des suggestions concrètes afin d'améliorer certaines tâches. Il fallait en outre contrôler l'évaluation de la difficulté, mesurer le temps nécessaire à la résolution d'une tâche et signaler les stratégies de résolution alternatives choisies par les élèves. Les résolutions devaient enfin être exactes et les directives de correction, compréhensibles.

6.4 Test principal – aperçu de la distribution selon les régions linguistiques

En tout, environ 12 000 élèves des trois régions linguistiques (Suisse alémanique, Suisse romande, Tessin) ont pris part au test de validation de 8e et de 11e année. Chacun d'entre eux a rempli 4 cahiers de tests, dont 2, 3 ou 4 de mathématiques et 1, 2 ou aucun de sciences. Au Tessin, tous les élèves ont rempli 4 cahiers de mathématiques et n'ont pas été testés en sciences. L'échantillon tessinois, déjà relativement important, s'est donc concentré sur les cahiers de tests de mathématiques, raison pour laquelle le nombre de cahiers de mathématiques remplis est anormalement élevé.[43]

En 8e année, 26 cahiers comprenant chacun 5 à 10 tâches ont été utilisés.

	Total	Suisse alémanique	Suisse romande	Tessin
Nombre d'élèves	6500	2500	2800	1300
Nombre moyen de cahiers par élève		2.3	2.3	4
Nombre moyen d'élèves par cahier	500	160	180	160
Nombre total de cahiers ramassés (26 sortes)	13 000	4100	4800	4100
Cahiers ramassés en % (valeur approximative)		env. 73%	env. 75%	env. 79%
Tâches non résolues en % (valeur approximative)	14.2%	9%	12%	22%

En 11e année, 34 cahiers comprenant chacun 6 à 11 tâches ont été utilisés.

	Total	Suisse alémanique	Suisse romande	Tessin
Nombre d'élèves	6500	2500	2800	1200
Nombre moyen de cahiers par élève		2.3	2.3	4
Nombre moyen d'élèves par cahier	440	143	179	118
Nombre total de cahiers ramassés (34 sortes)	15 000	4900	6100	4000
Cahiers ramassés en % (valeur approximative)		env. 85%	env. 95%	env. 83%
Tâches non résolues en % (valeur approximative)	16%	12%	16%	22%

6.5 Résultats différents entre les régions linguistiques

11e année		Difficulté moyenne des items			
Nb d'items	Domaine de compétence	total	all.	fr.	it.
273	Tous les items	612	607	612	627
84	Nombres et opérations	606	*610*	**600**	617
71	Fonctions	614	607	*621*	624
61	Géométrie	650	642	648	*676*
57	Analyse de données	577	**563**	580	592

[43] Les chiffres indiqués sont arrondis, le consortium n'ayant pu obtenir de chiffres précis.

Les nombres indiqués en **gras** signalent les domaines de compétence dans lesquels une région linguistique a obtenu des résultats relativement bons par rapport aux deux autres régions, et les nombres en *italique*, des résultats relativement mauvais. On pourrait déduire de la fréquence de résolution que les élèves de Suisse alémanique font relativement souvent des exercices d'analyse de données, tandis que les Romands accordent beaucoup de poids au domaine Nombres et opérations.

11e année		Difficulté moyenne des items			
Nb d'items	Aspect de compétence	total	all.	fr.	it.
273	Tous les items	612	607	612	627
46	Savoir, reconnaître, décrire	555	**546**	556	573
39	Appliquer des procédures, utiliser des techniques	597	*593*	597	**604**
62	Modéliser	629	625	631	639
39	Argumenter, justifier	641	636	**635**	*664*
43	Analyser, interpréter des résultats	597	596	**595**	607
44	Explorer, essayer	650	**641**	652	*673*

Les écarts entre les régions sont moins marqués pour les aspects de compétence que pour les domaines de compétence. On peut néanmoins déceler les tendances suivantes.

Les nombres indiqués en **gras** signalent les asepcts de compétence dans lesquels une région linguistique a obtenu des résultats relativement bons par rapport aux deux autres régions, et les nombres en *italique*, des résultats relativement mauvais. On pourrait déduire de la fréquence de résolution que les élèves de Suisse alémanique font relativement souvent des tâches ayant un caractère exploratoire, tandis que les Romands accordent beaucoup de poids à l'argumentation, ce d'autant plus que la plupart des tâches du type Argumenter, justifier exigent une argumentation a priori, les tâches du type Analyser, interpréter des résultats exigeant en règle générale des argumentations a posteriori.

Comme on pouvait s'y attendre, les résultats des items obtenus par les régions diffèrent sensiblement, et, dans la plupart des cas, sans aucune raison apparente. Prenons pour exemple l'item M92201ZO.

M92201ZO

Version française de la tâche:

Le tableau ci-dessus donne des informations sur les cantons suisses et leur population en 2002. Quel est, en moyenne, le nombre d'habitants par canton?

Version allemande de la tâche:

Abgebildet ist eine Tabelle zur Schweizer Bevölkerung im Jahr 2002. Wie gross ist die durchschnittliche Anzahl Einwohner je Kanton?

	abr.	Canton	Superficie [km^2]	Population	Communes	Densité pop.
1	ZH	Zurich	1'729	1'250'000	171	723
2	BE	Berne	5'959	950'000	398	159
3	LU	Lucerne	1'494	354'000	103	237
4	UR	Uri	1'077	35'000	20	33
5	SZ	Schwytz	908	136'000	30	150
6	OW	Obwald	491	33'000	7	67
7	NW	Nidwald	276	39'000	11	141
8	GL	Glaris	685	38'000	27	55
9	ZG	Zoug	239	106'000	11	444
10	FR	Fribourg	1'671	245'000	182	147
11	SO	Soleure	791	246'000	126	311
12	BS	Bâle-Ville	37	188'000	3	5067
13	BL	Bâle-Camp.	518	263'000	86	508
14	SH	Schaffhouse	299	74'000	33	248
15	AR	Appenzell RE.	243	54'000	20	222
16	AI	Appenzell RI.	173	15'000	6	87
17	SG	Saint-Gall	2'026	458'000	89	226
18	GR	Grisons	7'105	187'000	208	26
19	AG	Argovie	1'404	558'000	231	398
20	TG	Turgovie	991	231'000	80	233
21	TI	Tessin	2'813	315'000	201	112
22	VD	Vaud	3'212	633'000	382	197
23	VS	Valais	5'225	283'000	158	54
24	NE	Neuchâtel	803	168'000	62	209
25	GE	Genève	282	420'000	45	1488
26	JU	Jura	839	69'000	83	82
	Total	***Suisse***	***41'285***	***7'348'000***	***2'773***	***178***

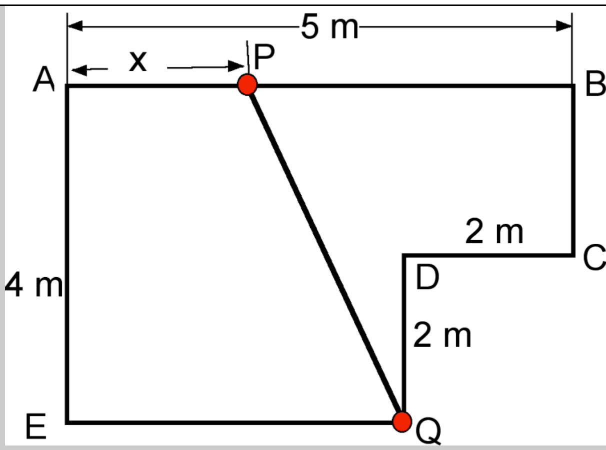
Cet item M92201ZO (voir ci-dessus) a donné lieu à 64% de réponses justes. La fréquence de résolution varie toutefois considérablement entre les trois régions. Elle est de 76% en Suisse alémanique, de 61% au Tessin et de 46% en Suisse romande. La manière la plus simple de résoudre la tâche est certainement de diviser la population totale indiquée (7 348 000) par le nombre de cantons (26). On peut imaginer que l'énumération des différents cantons a dérangé les élèves peu habitués à la redondance, de sorte qu'ils ont choisi une méthode de résolution plus compliquée et se sont peut-être ensuite trompés dans leurs calculs.

Diverses tâches ont donné lieu à des différences semblables, parfois à l'avantage inverse. L'item M92505RM (ci-dessous), par exemple, a obtenu en Suisse romande 30% de réponses justes, mais seulement 13% en Suisse alémanique (Tessin: 17%).

M92005RM

On découpe un carré de 2 m de côté dans un rectangle de 5 m de long sur 4 m de large, pour obtenir la figure ci-dessus.

Que doit valoir x, longueur du segment AP, pour que le segment PQ divise la figure ABCDQE en deux parties de même aire?



La fréquence de résolution, en d'autres termes le paramètre de difficulté mesuré (*threshold*), ne peut pas être imputée uniquement aux exigences cognitives de l'item, car on aurait dû dans ce cas obtenir des résultats comparables pour la Suisse alémanique, la Suisse romande et le Tessin. Nous partons donc du principe que divers facteurs tels que les nuances de traduction, les programmes locaux, les cultures d'enseignement et d'exercice, etc. ont une influence sur les résultats. Il serait par conséquent faux de prétendre que la difficulté empirique mesurée reflète uniquement les exigences cognitives des différentes tâches. Le Consortium Mathématiques publie en règle générale des items donnant lieu à des performances comparables dans les trois régions linguistiques; si tel n'est pas le cas, il en est explicitement fait mention.

Une analyse des items remarquables sur le plan régional permet dans quelques cas d'esquisser certaines tendances. Si une analyse approfondie de l'ensemble des items venait confirmer ces tendances, une partie des différences constatées pourrait certainement être imputée à des habitudes culturelles ou curriculaires distinctes. Nous donnons ci-dessous une présentation synthétique des forces et faiblesses des élèves de Suisse alémanique comparées à celles des élèves francophones telles que l'analyse des items remarquables les laisse présumer.

Tableau 1: Elèves de 11^{e} année: faiblesses en Suisse alémanique par rapport à la Suisse romande

Domaine	*Description*	*Signifiance*
F	Interpréter des fonctions	nette
Z	Argumenter, explorer (équations avec variables)	moyenne/nette
R	Systématique et terminologie des polygones	moyenne/nette

Tableau 2 Elèves de 11^{e} année: forces en Suisse alémanique par rapport à la Suisse romande

Domaine	*Description*	*Signifiance*
R	Longueurs/Superficies/Volumes (parallélépipèdes rectangles)	moyenne/nette
F	Calcul des intérêts	moyenne
Z	Représentation des fractions, représentations différentes des nombres	faible

Illustration 6-1

S'agissant des domaines de compétence, il ressort pour la 11^{e} année que les élèves de Suisse alémanique ont obtenu des résultats relativement bons dans les tâches d'Analyse de données et les élèves francophones, dans les tâches du domaine Nombres et opérations.

6.6 Corrélation entre les domaines et les aspects de compétence

Le calcul de la corrélation des aspects de compétence testés sur l'ensemble des items donne des éclaircissements sur la manière dont les aspects diffèrent l'un de l'autre. Il en va de même pour les domaines de compétence. L'analyse des tests de 11^{e} année pour tous les items (y compris les items remarquables à l'échelle des régions) a établi que la corrélation entre deux domaines de compétence, quels qu'ils soient, ou deux aspects de compétence, quels qu'ils soient, se situait entre 0,75 et 0.87. Ces valeurs sont assez hautes pour démontrer que les différentes dimensions font partie d'une compétence «mathématique» générale, mais elles sont également assez basses pour prouver qu'on peut les distinguer comme des compétences indépendantes. Le fait que les élèves ayant de bonnes connaissances en géométrie ne résolvent pas nécessairement bien les tâches relevant du domaine Nombres et opérations n'est pas très surprenant (corrélation de 0,764). Etant donné que les corrélations atteignent plus ou moins les mêmes valeurs entre aspects de compétence qu'entre domaines de compétence, les tâches qui s'y rattachent font effectivement appel à diverses activités ou compétences. Citons un exemple parlant: la corrélation assez marquée entre Analyser, interpréter des résultats et Explorer, essayer (0,788). Les résultats confirment nos options didactiques en ce qui concerne le choix des domaines et

Aspects de compétence*)						
Dimension	Arg.	Expl.	Mod.	Appl.	An.	Sav.
1 Argumenter		*0,676*	*0,764*	*0,807*	*0,653*	*0,715*
2 Explorer	0,826		*0,705*	*0,773*	*0,589*	*0,650*
3 Modéliser	0,856	0,827		*0,891*	*0,693*	*0,734*
4 Appliquer des pro.	0,830	0,832	0,879		*0,745*	*0,773*
5 Analyser, interpr.	0,834	0,788	0,849	0,838		*0,647*
6 Savoir, rec. décr.	0,847	0,805	0,834	0,807	0,839	
Variance	0,856	0,782	0,931	1,104	0,715	0,833

Domaines de compétence*)				
Dimension	Données…	Fonctions	Géométrie	Nombres…
1Analyser de données	*0,663*	*0,657*	*0,747*	
2Fonctions	0,829		*0,598*	*0,676*
3Géométrie	0,793	0,746		*0,678*
4Nombres&opérations	0,843	0,787	0,764	
Variance	0,826	0,775	0,829	0,952

*) en dessous de la diagonale: corrélation,
au-dessus de la diagonale (en *italique*): covariance

illustration 6-2

des aspects de compétence.[44] Des valeurs semblables ont été obtenues pour la 8e année; nous n'en disposions toutefois pas sous forme électronique au moment de l'établissement du rapport.

6.7 Confirmation des niveaux de difficulté

La définition des niveaux de compétence (seuils placés à 540, 635 et 672 pour la 11e année) s'est basée sur les données empiriques. Les seuils choisis entre les niveaux de difficulté ont coïncidé, et ce fut un plaisir de le constater, avec une bonne répartition des items, du moins pour ce qui est de la 11e année. Nous disposons en effet d'un nombre suffisant de tâches pour tous les domaines et types de compétence aux niveaux de difficulté I et II, retenus pour la définition des standards minimaux, même si, pour la 8e année, quelques champs de la matrice sont assez peu représentés. On obtient également une bonne caractérisation qualitative des niveaux de compétence en fonction des seuils fixés.

Pour la 11e année, il s'est avéré difficile de formuler des tâches simples pour le domaine de compétence Géométrie. Et pour la 8e aussi bien que pour la 11e année, il y a assez peu d'items simples pour les aspects de compétence Explorer, essayer et Argumenter, justifier.

[44] On notera toutefois que deux aspects de compétence n'ont pas été testés (Utiliser des instruments et des outils et Formuler, représenter).

Comme on s'y attendait, la fréquence moyenne de résolution des items de l'aspect de compétence Savoir, reconnaître, décrire est légèrement plus haute que pour les items des autres aspects de compétence.

Le diagramme ci-contre (11[e] année) montre que l'on peut, pour cet aspect de compétence, classer comme prévu les items en quatre niveaux de compétence en fonction des résultats empiriques. L'axe des x représente les niveaux de compétence I_{11}, II_{11}, III_{11} et IV_{11}. Sont représentés de gauche à droite, pour chaque niveau, les items de Géométrie, Nombres et opérations, Fonctions et Analyse de données. L'axe des y est gradué selon les *thresholds* établis empiriquement, 500 correspondant à une tâche en moyenne difficile.

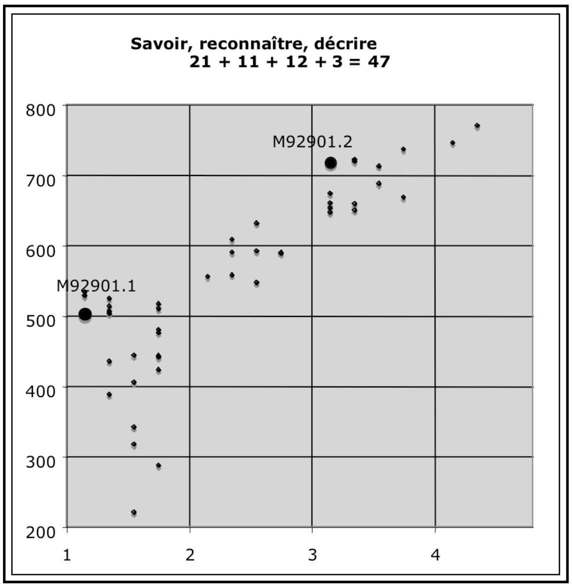
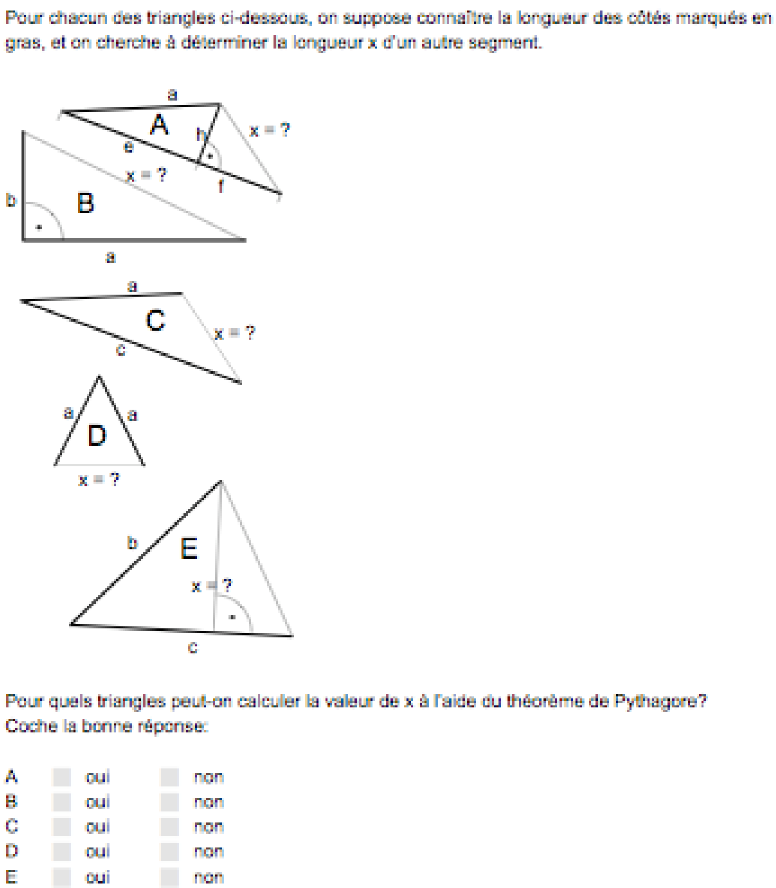


illustration 6-3



Les deux plus gros points du diagramme ci-dessus illustrent la difficulté empirique de la tâche ci-contre. Quatre réponses justes sur cinq équivalent à une difficulté empirique de 503, un indice de difficulté correspondant au niveau de compétence I_{11}. Une réponse correcte pour l'ensemble des cinq triangles équivaut à une difficulté empirique de 715, ce qui correspond à un niveau de compétence III_{11}.

On considère souvent qu'Explorer, essayer est une activité très exigeante et que l'on ne peut attendre des résultats probants que d'un petit groupe d'élèves. Le diagramme ci-contre prouve toutefois que l'on peut parfaitement formuler pour cet aspect de compétence des tâches que (pratiquement) tous les élèves peuvent résoudre correctement.

En 11e année, 18 tâches sur 41 ont été classées de niveau I_{11} ou II_{11} pour cet aspect de compétence.

Le plus gros point illustre l'item M91804DE (Analyse de données – Explorer, essayer)

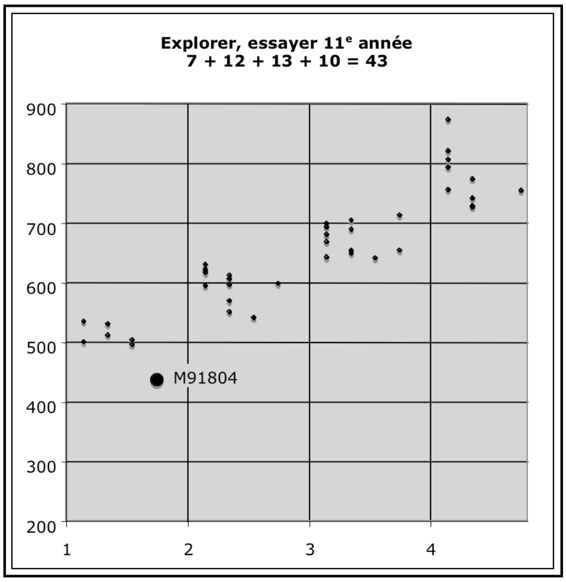


illustration 6-4

M91804, texte:
Janine et Olivier se disputent pour savoir qui va faire la vaisselle. Ils décident de tirer à pile ou face.
«face»: c'est Janine qui fait la vaisselle
«pile»: c'est Olivier qui la fait.
Ils n'ont pas de pièce de monnaie, mais possèdent un dé à 6 faces.
Comment peuvent-ils faire pour utiliser le dé à la place d'une pièce de monnaie?

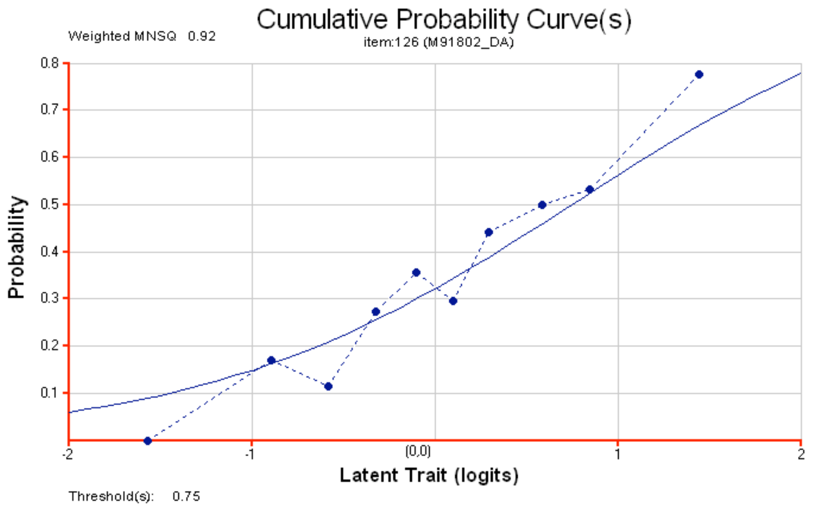
Nous disposons d'une distribution semblable pour les quatre autres types de compétence, mais nous renonçons à reproduire ici tous les graphiques.

6.8 Modèle de compétences et tâches validées

Le test principal réalisé en avril/mai 2007 sur environ 12 000 élèves de 8e et de 11e année visait notamment à vérifier si les tâches conçues répondaient aux critères définis par le groupe de méthodologie. Les tâches devaient permettre, en autres exigences, de discriminer suffisamment les élèves compétents des moins compétents. La probabilité de la résolution des items devait augmenter avec la compétence des élèves. On peut représenter le caractère discriminant d'une tâche en représentant la fréquence de résolution de groupes le plus homogènes possible en termes de performance. Sur le diagramme ci-dessus, les élèves ont été répartis en 10 groupes de ce genre, avec une compétence croissante sur l'axe des x. La courbe lissée correspond au modèle théorique, celle qui relie les points a été calculée pour un item précis. La tâche représentée ici est légèrement plus discriminante que la courbe théorique et correspond au modèle préconçu.

En 8e année aussi bien qu'en 11e, la grande majorité des tâches s'est avérée correspondre dans une mesure suffisante au modèle préétabli.

Comme le montre l'illustration 6-5, de fortes différences entre les régions linguistiques ont été constatées dans la manière de résoudre certaines tâches. Le groupe de méthodologie a fixé une différence critique pour ces différences régionales. Les différences présentées pour à peu près 25% des items de 8^{e} et de 11^{e} année



Discrimination 0,47

M91802DA

Ferdinand lance en même temps une pièce de 2 francs et une pièce de 5 francs 200 fois de suite. Voici les résultats qu'il obtient:

A 48 fois face pour les deux pièces

B 53 fois pile pour les deux pièces

C 99 fois une pièce pile et une pièce face

Pourquoi le cas C est-il plus fréquent que A ou que B?

illustration 6-5

étaient si importantes qu'elles n'ont permis d'attribuer à ces items qu'un paramètre de difficulté régional (et non national). Ce n'est qu'à titre exceptionnel et fondé que nous nous sommes servis de ces tâches pour illustrer un propos ou pour former les tests types. Nous avons rassemblé les tâches remarquables par région (all., fr. it.); elles apparaissent dans le rapport final complet et peuvent être utilisées pour de nouvelles analyses régionales. Un peu plus de 70% des tâches répondent à la fois au modèle préconçu et au critère de comparabilité entre les régions linguistiques.

7 Particularités du modèle de compétences de 4^{e} année

7.1 Choix des domaines et des aspects de compétence

Le modèle de compétences de 4^{e} année contient deux domaines de compétence: Nombres & opérations et Géométrie. Nous l'avons limité à ces deux domaines pour des raisons liées aux mathématiques et à la psychologie développementale. L'apprentissage des mathématiques dans les premières années de scolarité (ou cycle élémentaire) a pour objectifs la compétence numérique (savoir compter), la construction des nombres, la compréhension des relations mutuelles dans le champ des nombres de 1 à 100, la construction de la maîtrise des procédures additives et soustractives et la capacité de distinguer, nommer, décrire et explorer des formes géométriques. La catégorie Grandeurs et mesures n'apparaît pas ici comme un domaine propre car les élèves font alors seulement leurs premières expériences en la matière. Nous avons toutefois intégré quelques-uns de ces éléments au domaine Nombres & opérations.

Nous avons dû également resserrer quelque peu les aspects de compétence pour la 4^{e} année. Il est en effet très difficile de formuler des exigences à l'égard des élèves de 4^{e} année en termes de performance, en particulier dans les aspects de compétence qui reposent sur la communication et la réflexion. A huit ans, les élèves sont sans doute capables de formuler leurs réflexions, mais ils utilisent en règle générale leur langage quotidien et se concentrent souvent sur leurs expériences et leurs interprétations personnelles. Difficile par conséquent d'évaluer de tels raisonnements. De plus, la manière encore limitée dont les enfants de huit ans savent s'exprimer par écrit fait que l'examen de leurs compétences est compliqué et demande du temps.

Une difficulté supplémentaire s'est présentée au moment de classer les différentes tâches dans un aspect de compétence précis. A cet âge, la compétence de résoudre des problèmes mathématiques est en pleine construction. Pour pouvoir résoudre une tâche calculatoire de type Appliquer des procédures, la capacité de mathématiser peut certes être requise, mais elle peut aussi se développer en résolvant l'exercice. Il en va de même pour le domaine Explorer: l'aptitude à explorer (par ex. trouver plusieurs calculs ayant le même résultat) est en lien étroit avec la capacité d'appliquer des procédures et de ce fait également avec la capacité de mathématiser. Les résultats empiriques confirment cette difficulté et ont conduit à un resserrement des aspects de compétence (voir plus bas).

7.2 Eléments psychologiques, fonctionnels et empiriques à la base des compétences en mathématiques des enfants de huit ans

7.2.1 Géométrie

Il existe (en psychologie développementale) plusieurs théories sur le développement des connaissances géométriques, c'est-à-dire relatives à l'espace et à la forme, pendant les premières années de scolarité. Ce n'est qu'en les réunissant que l'on peut comprendre la pensée spatiale (ou géométrique). Il s'agit notamment des éléments concernant le développement cognitif et la prise de perspective, les stades de la pensée géométrique et le développement du dessin, éléments souvent couverts par la notion de «pensée spatiale». Ces théories, et les résultats empiriques basés sur elles, fournissent une base importante à la formulation de performances attendues d'enfants de huit ans, en particulier pour le domaine de la géométrie. La pensée spatiale est en effet notamment définie par des questions de maturité, davantage que la pensée arithmétique, par exemple. Nous présentons ci-après quelques-uns de ces éléments ainsi que leur impact sur la conception d'un modèle de compétences.

Stades de la pensée géométrique

En règle générale, la pensée géométrique est décrite à l'aide du modèle de van Hiele (1986). Ce dernier décrit cinq stades ou phases de la pensée géométrique parcourus par les enfants et les jeunes durant leur apprentissage de la géométrie. Ces stades correspondent à des degrés hiérarchiques en ce sens qu'il faut avoir atteint une partie des compétences d'un niveau pour acquérir les processus réflexifs du degré suivant. Les concepts présents encore implicitement à un stade donné sont explicités au stade suivant. Il est également tenu pour acquis que ce développement peut être stimulé ou influencé par une aide extérieure (Hellmich 2007, p. 301). Voici les niveaux décrits pour les débuts de la scolarité:

<u>Stade 0: Pensée intuitive</u>: les enfants identifient des formes ou des objets géométriques. Ils ont toutefois tendance à les saisir comme des «formes visuelles». Cela signifie qu'ils ne reconnaissent que partiellement, voire pas du tout, les propriétés et éléments inhérents définissant les objets. Ils peuvent distinguer entre elles les formes constituées de lignes droites ou de courbes, mais ils ont encore de la peine à établir des distinctions supplémentaires à l'intérieur de ces catégories (par ex. cercle ou ovale, rectangles de taille différente).

<u>Stade 1: Pensée visuelle</u>: les enfants peuvent décrire les objets d'après leurs caractéristiques visuelles et sont attentifs aux propriétés des objets ou des formes. Selon Franke (2000), ils peuvent par exemple trier et décrire des figures géométriques, reconnaître des figures en partie cachées ou vérifier si des figures possèdent certaines propriétés. Ils n'en sont cependant capables qu'au niveau de la forme visuelle et non à celui des propriétés géométriques. «*There is no why, one just sees it*» (van Hiele 1986, p. 83).

Prise de perspective et latéralisation

La pensée spatiale exige une perception pluridimensionnelle de la réalité, par ex. lorsqu'il s'agit de considérer du même coup les parties et le tout d'une image ou de mettre en relation différents objets. Plus ils sont jeunes, les enfants du cycle élémentaire sont enclins à concentrer leur attention sur un aspect en particulier d'une chose et à faire abstraction de ses autres aspects (Moser Opitz, Christen & Vonlanthen Perler 2007, p. 140). Cette tendance influence leur approche, c'est-à-dire la comparaison et la perception des formes et des figures. Elle conditionne la capacité de prendre la perspective spatiale d'autrui. Il s'agit ici de se représenter la perspective spatiale sous laquelle une personne voit un objet (Lohaus et al.1999). Et la latéralisation joue à ce propos un rôle important. Les études montrent que les désignations verbales de la gauche et de la droite, et la conscience que les relations gauche–droite peuvent avoir l'air différent de la perspective d'une autre personne, se développent seulement au début de l'âge scolaire (ib.).

Développement du dessin et motricité graphique

Eichler (2004) relève que la capacité de manipuler les outils (crayons) co-détermine la résolution de tâches géométriques. Ecrire et dessiner en tant que mouvements, adapter sa force, avoir une perception tactilo-kinésique et saisir visuellement les formes font partie d'un processus complexe menant à l'orientation du trait et à l'écriture, que les enfants acquièrent entre leur quatrième et leur huitième année environ. Le développement du dessin joue en outre un rôle central.

Jusqu'à l'âge de huit ans, les enfants ont tendance à dessiner les images qu'ils ont dans la tête et ne se basent sur des modèles que de façon limitée (Meili-Schneebeli 1994, p. 133). Ils sont de plus enclins à représenter les objets en les juxtaposant même s'ils reconnaissent et savent bien qu'ils se superposent (Lohaus et al. 1999, p. 53).

Conclusions pour la formulation de standards de base en géométrie applicables aux enfants de huit ans

Conformément aux éléments théoriques et empiriques que nous venons d'évoquer, les standards de base de 4^{e} année pour le domaine Géométrie doivent répondre aux critères suivants:

- on peut s'attendre à ce que les élèves aient la compétence de différencier et de décrire des objets d'après leurs caractéristiques visuelles ;
- on peut s'attendre en partie à une latéralisation (différenciation gauche–droite) au niveau conceptuel ;
- on doit tenir compte du développement des compétences graphomotrices, qui sont en pleine construction ;
- on peut s'attendre à ce que les élèves de 4e année se basent de plus en plus sur la réalité pour copier ou dessiner des objets, non plus sur les images qu'ils ont dans la tête ;
- on peut s'attendre à ce que les élèves de 4e année soient de plus en plus capables de prendre la perspective spatiale d'autrui.

7.2.2 Nombres et opérations

Ces dernières années ont été réalisées un nombre croissant d'études sur les savoirs numériques des enfants d'âge préscolaire ou sur la construction des compétences arithmétiques pendant les débuts de la scolarité. Nous résumons ici certains de leurs résultats, en mettant l'accent sur les facteurs à risque, c'est-à-dire les éléments-clés des processus d'apprentissage de l'arithmétique. Ces facteurs sont en effet particulièrement importants pour la formulation de standards de base.

Importance des compétences numériques

Aujourd'hui, tout le monde est plus ou moins d'accord pour dire que la compétence numérique (savoir compter) a une importance primordiale pour l'acquisition de l'arithmétique. Plusieurs études l'ont démontré. Krajewski & Schneider (2006, 251; cf. Krajewski 2007) établissent que la base de la compréhension du système des nombres ne s'acquiert qu'au moment où l'enfant relie des schémas quantitatifs (par ex. comparaisons quantitatives de type plus, moins, autant) aux aptitudes numériques développées parallèlement.

Geary, Bow-Thomas et Yao (1992 et Geary 2004, p. 6) ont constaté dans leurs études que les enfants présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques possédaient des compétences numériques plus faibles que les enfants n'ayant pas ce type de problème. Ils ont également établi un rapport entre les stratégies numériques immatures et un grand nombre de fautes de calcul additif. Les auteurs attribuent de ce fait à la compétence numérique un rôle essentiel en vue de l'acquisition des connaissances arithmétiques. D'autres études axées sur diverses classes d'âge sont parvenues aux mêmes résultats. Une étude suisse montre par exemple (cf. Moser Opitz 2007, p- 188 et 217 sq.) que même des élèves de 7e et de 10e année faibles en calcul n'arrivaient pas à résoudre correctement des tâches numériques faciles (par ex. compter de deux en deux dans le champ des nombres de 1 à 200) et que ces capacités ont un rapport avec les performances en mathématiques dans les années scolaires ultérieures.

S'agissant de l'acquisition de la suite des noms des nombres, on notera que l'allemand en particulier présente des irrégularités qui la rendent plus difficile. Dans le champ des nombres de 1 à 100, en effet, on dit d'abord les unités puis les dizaines (sauf pour les multiples de 10). Cela amène souvent les enfants à faire des «erreurs» (logiques). En français et en italien, la suite des noms des nombres a une construction plus cohérente (pour autant que l'on dise en français «septante», «huitante» et «nonante»). Le nom de la dizaine vient toujours avant celui de l'unité (de 1 à 9), puis l'on passe à la dizaine suivante. Il est certain que ces règles linguistiques différentes ont une influence sur l'acquisition de la compétence numérique.

Relations partie – partie – tout

Une série d'études récentes attirent l'attention sur le fait que la relation partie–partie–tout joue un rôle particulier dans l'acquisition de l'arithmétique. Il s'avère que cette compréhension est à la base de l'accès aux opérations de base et de l'élaboration de stratégies de calcul. Cowan (2003, p. 439) note que les élèves qui ne possèdent pas cette compréhension sont désavantagés pour le calcul oral et écrit. La décomposition des dizaines et des centaines est particulièrement importante. Selon les premiers résultats de recherche, privilégier la relation partie–partie–tout au début de la scolarité semble avoir un impact positif sur la performance en arithmétique. Une étude d'Ennemoser & Krajewski (2007) a établi qu'un encouragement spécifique de la relation partie–partie–tout avait également un effet certain sur les élèves faibles en calcul.

Agilité en calcul mental

L'acquisition d'aptitudes relatives au calcul mental (agilité-flexibilité) a une grande importance pendant les débuts de la scolarité. Il convient de souligner ici tout particulièrement que l'on doit veiller dans le cadre de l'enseignement à ce que les élèves soient capables de résoudre des tâches dans le champ des nombres de 1 à 20 sans utiliser de stratégies numériques (compter à haute voix, sur ses doigts ou à l'aide d'outils). Tous les chercheurs s'accordent à dire que les enfants présentant des faiblesses en calcul jusqu'à la fin de l'école primaire calculent par comptage (Moser Opitz 2007; Geary 2004, p. 138; Jordan & Hanich 2000; Ostad 1997 et 1998). Il est donc particulièrement important de se libérer le plus tôt possible de ces stratégies. Les tâches consistant à multiplier et diviser par deux y contribuent nettement (Mabott et Bisanz 2003, p. 1092).

Utilisation des propriétés des opérations – entraînement productif – détachement du calcul par comptage

Dans la construction de compétences en calcul mental (agilité-flexibilité), il est essentiel que les élèves sachent identifier les relations entre les nombres[45] et apprennent à les utiliser ainsi que les propriétés des opérations. On tient en général pour acquis que ces capacités sont favorables à la compétence en calcul mental car elles déchargent la mémoire. Et c'est particulièrement important pour les élèves ayant besoin d'un soutien spécifique, qui ont souvent des problèmes de mémoire.

Construction du système décimal

Une connaissance clé s'acquérant en 4e année est la construction du champ des nombres de 1 à 100. Cette étape recouvre divers éléments et démonstrations qu'il faut comprendre et mettre en relations les uns aux autres. C'est là que doivent s'élaborer les symboles de nombres, la suite des noms des nombres, le principe d'associativité, l'écriture (système de position) et l'apparence des nombres. A noter qu'une appréhension générale du système décimal ne peut se faire qu'à l'élaboration du champ des nombres de 1 à 1000, car ce n'est qu'à ce moment que l'associativité, notamment, peut s'acquérir complètement. On ne peut donc s'attendre qu'à une compréhension restreinte du système décimal à la fin de la 4e année.

Modélisation

La capacité de modéliser représente la base de la compréhension des opérations. Savoir modéliser, c'est être capable de dégager la teneur mathématique de situations du monde réel et de la traiter avec des méthodes mathématiques. Mais c'est aussi le processus inverse: établir la relation avec des situations réelles en partant de tâches de calcul. D'un côté, la capacité de modéliser est un préalable à la résolution de tâches (notamment, en 4e année, à la résolution de problèmes) et, de l'autre, elle se développe également par la résolution de tâches de ce genre.

Des études générales consacrées aux problèmes mathématiques ont montré que la fréquence de résolution variait en fonction du type de tâche (Stern 1998). Les plus difficiles à résoudre sont les problèmes de comparaison (Marie a 3 billes, Jean en a 5. Combien en a-t-il de plus que Marie?), car il ne s'agit pas de comparer des quantités concrètes, mais d'établir une relation entre des quantités. Stern (ib. p. 135) appelle cela un

[45] L'identification des relations numériques intervient par exemple lorsque l'on doit reconnaître une règle dans une série de tâches à variation systématique ou continuer cette série ou si l'on reconnaît qu'il est plus facile de résoudre une tâche comme 17 + 65 en application la commutativité.

nombre relationnel. Les problèmes de composition (Marie a 3 billes, Jean en a 5. Combien en ont-ils ensemble?) ou de transformation (Marie a 2 billes, Jean lui en donne 5. Combien Marie en a-t-elle maintenant?) sont plus faciles à résoudre.

Conclusions pour la formulation de standards de base applicables aux enfants de huit ans pour le domaine Nombres et opérations

Conformément aux éléments théoriques et empiriques que nous venons d'évoquer, les standards de base de 4e année pour le domaine Nombres & opérations doivent répondre aux critères ci-dessous. Sont attendues à titre de standards de base les compétences suivantes:

- compétences numériques (de un en un) dans le champ des nombres de 1 à 100 ;
- compréhension des relations partie–partie–tout (décomposer, compléter, prendre la moitié, le double) ;
- résolution de problèmes (de composition et de transformation avec des nombres simples) et représentation des calculs qui s'y rattachent ;
- reconnaissance des relations entre les nombres et des calculs ;
- élaboration partielle d'éléments du système décimal (écriture des nombres, suite des nombres, associativité).

7.3 Différences entre régions linguistiques

Les analyses des plans d'études et des manuels scolaires ont montré que l'accent n'était pas toujours mis sur les mêmes éléments mathématiques en Suisse alémanique et en Suisse romande.

> *Suisse romande:* la géométrie est davantage prise en compte dans l'enseignement qu'en Suisse alémanique, et la modélisation joue un rôle important. Les opérations fondamentales sont toujours situées dans un contexte. Les tables de multiplication jusqu'à 10 sont élaborées en 5e année.
>
> *Suisse alémanique:* l'accent est mis sur l'agilité en calcul mental (par ex. trouver les complémentaires des nombres 1 à 9 par rapport à 10, prendre la moitié ou le double). Les tables de multiplication jusqu'à 10 sont élaborées en 4e année.
>
> Il existe par ailleurs divers systèmes de visualisation, telle la table de cent, qui sont utilisés plus fréquemment dans une région linguistique que dans d'autres.
>
> *Tessin:* le canton n'ayant pas de manuel scolaire imposé pour la 4e année et chaque enseignante ou enseignant choisissant sa manière de faire et son matériel pédagogique, on ne peut dégager de trait particulier caractérisant la région linguistique.

Sur la base des résultats empiriques et théoriques dont nous disposons, nous pouvons considérer que, tant en Suisse alémanique qu'en Suisse romande, l'accent est mis sur des éléments-clés, mais que d'autres éléments de même ordre sont négligés. Pour le modèle de compétences, nous proposons par conséquent a) de donner à la géométrie un poids plus important que ce n'est le cas actuellement en Suisse alémanique, b) de donner à la capacité de modéliser le poids qu'elle a actuellement en Suisse romande et c) de poser des attentes en termes de calcul mental qui correspondent à celles qui sont largement présentes en Suisse alémanique.

7.4 Concevoir des standards de base – prévenir les faiblesses en calcul

Pour la formulation de standards de base, il importe de considérer les compétences dont on sait qu'elles joueront un rôle important dans la suite de l'apprentissage des mathématiques. Les résultats de la recherche ont démontré que la connaissance de certains contenus présage de la performance en mathématique dans les années scolaires ultérieures. C'est notamment le cas de la connaissance de la suite des noms des nombres, la capacité de modéliser, l'identification des relations entre les nombres (compréhension partie–partie–tout et système décimal), de même que la capacité de résoudre des tâches simples sans comptage. Des standards de base doivent donc vérifier la possession de telles compétences de manière à repérer les enfants ayant besoin d'un soutien particulier dans ce domaine.

Pour répondre à ce critère, nous avons veillé à inclure des enfants aux besoins éducatifs particuliers (scolarisés dans des classes poursuivant des objectifs pédagogiques particuliers aussi bien que de manière intégrative) lors de l'expérimentation des tâches du test et à analyser leurs résultats avec une attention particulière.

7.5 Conception et expérimentation des tâches

Une fois le modèle de compétences élaboré, nous avons conçu des tâches pour les différentes cellules de la matrice, en essayant d'élaborer des tâches de niveaux de difficulté distincts. Nous avons tenu généralement compte des éléments suivants:

- les compétences en lecture des enfants de 4e année sont encore en construction, ce qui peut entraver la résolution de tâches présentées par écrit ;
- les enfants de 8 ans ont encore de la peine à s'exprimer par écrit ;
- dans les tâches de calcul mental, on doit pouvoir observer si les enfants procèdent par comptage (avec les doigts, à haute voix ou à l'aide d'outils) ou par le biais de quelque autre stratégie ;
- certaines tâches doivent absolument être posées oralement (par ex. vérification de la compétence numérique) ;
- les enfants de 8 ans ont besoin d'être aidés (éventuellement en leur lisant à haute voix les tâches, en vérifiant qu'ils ont rempli les cahiers de test intégralement, etc.).

7.6 Test principal

7.6.1 Description de l'échantillon

Pour les standards de 4e année, le projet global ne prévoyait à l'origine pas de validation à l'aide d'un échantillon représentatif. Des ressources spéciales ont toutefois permis d'expérimenter 60 tâches sur un échantillon de 1236 élèves[46] (pour l'échantillonnage, cf. *** différences d'âge significatives F=141.07, df 2, p<0.001

	Suisse alémanique	Suisse romande	Tessin	total
N	552	571	113	1236
fém./masc.	269/283	255/316	56/57	580/656
âge moyen***	8;7***	8;5***	8***	8;4
élèves ayant des objectif pédagogiques particuliers	34	28	4	66
nombres de classes	35	32	9	75

*** différences d'âge significatives F=141.07, df 2, p<0.001

illustration 7-1

[46] Nous avons souhaité former un échantillon correspondant à la même population que pour la 8e et la 11e année. Les écoles invitées participaient donc également aux tests réalisés en 8e et en 11e année et comprenaient des classes de 4e et de 8e année dans le même établissement. Ceci avait pour inconvénient d'exclure les cantons pratiquant le modèle 5/4, dont deux grands cantons de Suisse romande. Pour y pallier, des classes supplémentaires ont été recrutées par l'inspectorat vaudois et neuchâtelois.

illustration 7-1).

Cet échantillon n'est pas représentatif, raison pour laquelle les résultats sont à interpréter avec prudence.

La passation du test a été réalisée par des responsables (étudiants HEP filières préscolaire/primaire et enseignement spécialisé) sur des demi-classes, qui ont pu aider les élèves moyennant une procédure standardisée (lire si nécessaire les tâches à haute voix, vérifier si les cahiers sont intégralement remplis, signaler les tâches non résolues, etc.). Cinq cahiers en tout ont été testés, comprenant chacun 10 tâches. Chaque enfant a rempli un cahier, en ayant 60 minutes à disposition, instructions générales comprises. De plus, quatre enfants de chaque classe ont été tirés au sort pour faire les tâches orales (tâches numériques, calcul mental avec surveillance de l'usage des doigts, etc.).

7.6.2 Commentaire des résultats

En 4e année, les cellules suivantes de la matrice ont pu être testées de manière empirique au moyen de tâches:

	Zahl und Variable	Form und Raum
Wissen, Erkennen und Beschreiben	getestet	getestet
Operieren und Berechnen	getestet	getestet
Instrumente und Werkzeuge verwenden		
Darstellen und Formulieren		
Mathematisieren und Modellieren	getestet	getestet
Argumentieren und Begründen	getestet	getestet
Interpretieren und Reflektieren der Resultate		
Erforschen und Explorieren	getestet	getestet

Illustration 7-2

Dans l'ensemble, le test principal a eu des résultats très satisfaisants (fiabilité globale 0,8; variance 0,96). Les items ont été analysés chacun séparément, et il a fallu en éliminer quelques-uns qui ne répondaient pas aux exigences voulues.

Comme prévu, il y a eu en outre des différences statistiquement significatives entre les régions linguistiques pour certains items de géométrie, de résolution de problèmes et de calcul mental. La difficulté de ces items a par conséquent été calculée séparément pour chaque région linguistique. Sur la base de critères définis en fonction du contenu, nous avons conservé dans chaque cas l'item le plus exigeant.[47] Puis nous avons classé les items par difficulté des tâches et fixé des niveaux de compétence. Nous sommes partis tout d'abord des données, en recherchant dans la série des items classés par ordre de difficulté les endroits où apparaissaient de grandes différences entre items ou groupes d'items. Nous nous sommes référés ensuite à des critères relatifs à la qualité du contenu, afin d'examiner s'il était possible de décrire de manière synthétique les items rattachés à un niveau sur la base des critères empiriques.

Pour le niveau 1, le seuil a été placé à une valeur de < 369. Les tâches du niveau 2 ont un indice de difficulté situé entre 369 et 572, celles du niveau 3 correspondant un indice de ≥ 572. Pour le domaine de la géométrie, nous avons obtenu ainsi deux niveaux de compétence, qui correspondent au modèle échelonné de van Hiele

[47] Au Tessin, le test a été réalisé seulement par un petit nombre d'élèves, raison pour laquelle nous n'avons tenu compte pour l'analyse que des résultats de Suisse romande et de Suisse alémanique.

décrit au paragraphe 7.2.1.

Cette définition des niveaux de compétence présente l'inconvénient – ce n'est pas le cas pour la constitution des niveaux s'appliquant à la 8e et à la 11e année – que la limite inférieure du niveau le plus bas, le niveau 1, est donnée par le degré de difficulté des tâches les plus simples. La situation est particulière pour la 4e année. Le niveau 1 doit comprendre des tâches que (presque) tous les élèves peuvent résoudre. Pour contrôler un niveau inférieur au niveau 1 défini ici, il aurait fallu pouvoir tester des tâches simples mobilisant les connaissances numériques présentes à l'entrée à l'école et les connaissances élémentaires au programme d'apprentissage de la première année scolaire. Or tester de telles tâches ne peut se faire souvent qu'en tête-à-tête (par ex. compter des objets concrets, comprendre les relations partie–tout avec des objets concrets, reconnaître rapidement des combinaisons de dé et d'autres représentations quantitatives, etc.). Les ressources financières et le temps dont nous dispositions ne nous ont pas permis de le faire.

7.6.3 Corrélation entre domaines de compétence et aspects de compétence

La corrélation entre le domaine de compétences Nombres & opérations et le domaine de compétences Géométrie est de 0,75, ce qui confirme empiriquement la distinction opérée entre ces deux domaines. Pour les aspects de compétence, par contre, la différenciation s'avère plus délicate. Comme nous le disions en introduction, la conception du modèle de compétences a d'emblée mis en évidence la difficulté d'imputer les tâches aux différents aspects de compétence. L'analyse empirique a confirmé ce fait. Pour obtenir un meilleur résultat, nous avons donc regroupé les aspects de compétence:

- *Représenter, communiquer*: Formuler, représenter, Argumenter, justifier, Analyser, interpréter des résultats
- *Résoudre des problèmes, utiliser des techniques et des outils*: Essayer, explorer, Modéliser, Appliquer des procédures, utiliser des techniques
- *Savoir, reconnaître, décrire*: laissé tel quel

Les corrélations sont du reste si fortes que l'on doit se demander s'il est vraiment possible, chez des enfants de huit ans, de certifier qu'ils possèdent ces différentes compétences.

Aspects de l'action			
	1	2	3
Représenter, communiquer			
Résoudre des problèmes	0,95		
Savoir, reconnaître, décrire	0,86	0,87	
Variance	1,69	1,08	0,63

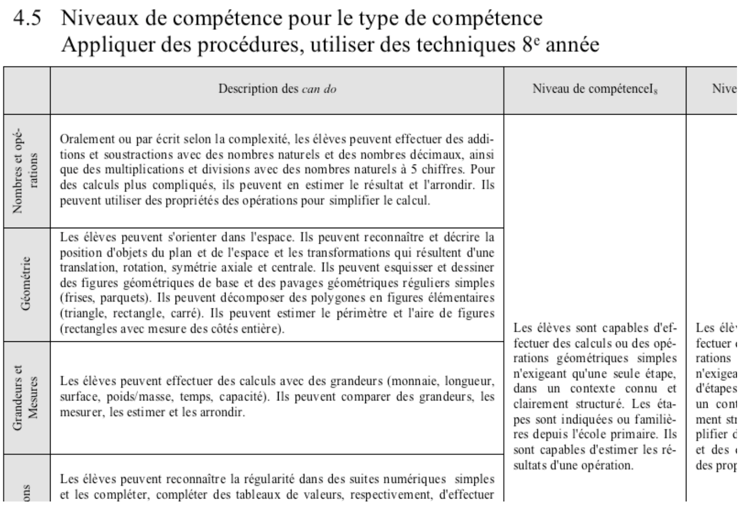
Illustration 7-3

7.6.4 Standards de base pour la 4e année

Les standards de base portent sur toutes les compétences formulées dans la matrice pour la 4e année. A la fin de leur 4e année de scolarité, tous les élèves sont capables de résoudre les tâches qui vérifient les exigences formulées au niveau I_4.

8 Propositions de standards de base

Telles qu'elles sont formulées dans les documents mis en consultation, les propositions de standards de formation nationaux pour les mathématiques définissent d'une part *ce que* tous les élèves doivent savoir faire dans les différents thèmes et secteurs d'activité des mathématiques scolaires et, d'autre part, *dans quelle mesure* ils doivent savoir le faire. Elles conçoivent ces standards comme des standards de base, qui déterminent le degré auquel les compétences décrites dans les matrices des *can do devraient être disponibles* chez *tous* les élèves et comment devraient se comporter les élèves dans la zone d'ombre située entre «être capable» ou «ne pas encore être capable». Les standards de formation ne se contentent donc pas de fixer des attentes en termes de résultats à un test de performance, mais ils comprennent également des exigences qui se démontrent, en premier lieu, dans un maniement constructif inhérent à des tâches subjectives et non solubles d'elles-mêmes et qui, parallèlement à des phases cognitives, comportent aussi des phases motivationnelles et sociales (par exemple être capable de demander de l'aide, de discuter d'un problème avec quelqu'un d'autre, etc.).



4.5 Niveaux de compétence pour le type de compétence
Appliquer des procédures, utiliser des techniques 8e année

	Description des *can do*	Niveau de compétence I_8	Nive
Nombres et opérations	Oralement ou par écrit selon la complexité, les élèves peuvent effectuer des additions et soustractions avec des nombres naturels et des nombres décimaux, ainsi que des multiplications et divisions avec des nombres naturels à 5 chiffres. Pour des calculs plus compliqués, ils peuvent en estimer le résultat et l'arrondir. Ils peuvent utiliser des propriétés des opérations pour simplifier le calcul.	Les élèves sont capables d'effectuer des calculs ou des opérations géométriques simples n'exigeant qu'une seule étape, dans un contexte connu et clairement structuré. Les étapes sont indiquées ou familières depuis l'école primaire. Ils sont capables d'estimer les résultats d'une opération.	Les élè fectuer rations n'exigea d'étapes un cont ment str plifier d et des des prop
Géométrie	Les élèves peuvent s'orienter dans l'espace. Ils peuvent reconnaître et décrire la position d'objets du plan et de l'espace et les transformations qui résultent d'une translation, rotation, symétrie axiale et centrale. Ils peuvent esquisser et dessiner des figures géométriques de base et des pavages géométriques réguliers simples (frises, parquets). Ils peuvent décomposer des polygones en figures élémentaires (triangle, rectangle, carré). Ils peuvent estimer le périmètre et l'aire de figures (rectangles avec mesure des côtés entière).		
Grandeurs et Mesures	Les élèves peuvent effectuer des calculs avec des grandeurs (monnaie, longueur, surface, poids/masse, temps, capacité). Ils peuvent comparer des grandeurs, les mesurer, les estimer et les arrondir.		
ons	Les élèves peuvent reconnaître la régularité dans des suites numériques simples et les compléter, compléter des tableaux de valeurs, respectivement, d'effectuer		

illustration 8-1

Alors que le modèle prévu pour la 4e année, bien que partant du même modèle de base, a exigé quelques adaptations en raison de l'âge des élèves auquel il se rapporte, les modèles établis pour la 8e et la 11e année ont la même structure et ne diffèrent que sous l'angle de la formulation concrète des descriptions des *can do* et des niveaux de compétence. C'est pourquoi, pour ces deux années scolaires, les formulations proposées pour les standards de base sont quelque peu semblables, voire structurellement identiques.

A la fin de la 4e année, tous les élèves doivent avoir dépassé le seuil du niveau de compétence II_4 dans la totalité des domaines et des types de compétence. Si l'on se réfère au test de validation 2007, ce seuil correspond à une valeur de 369.

A la fin de la 8e année de scolarité, tous les élèves doivent avoir atteint au moins le niveau I_8 dans la totalité des domaines et des types de compétence et être capables de contribuer à la résolution, en équipe, de tâches de niveau II_8 et, dans quelques cas, de niveau III_8 en posant des questions, en émettant des idées ou en faisant des croquis. Dans le cas du test de validation 2007, ce seuil est positionné à une valeur de 400.

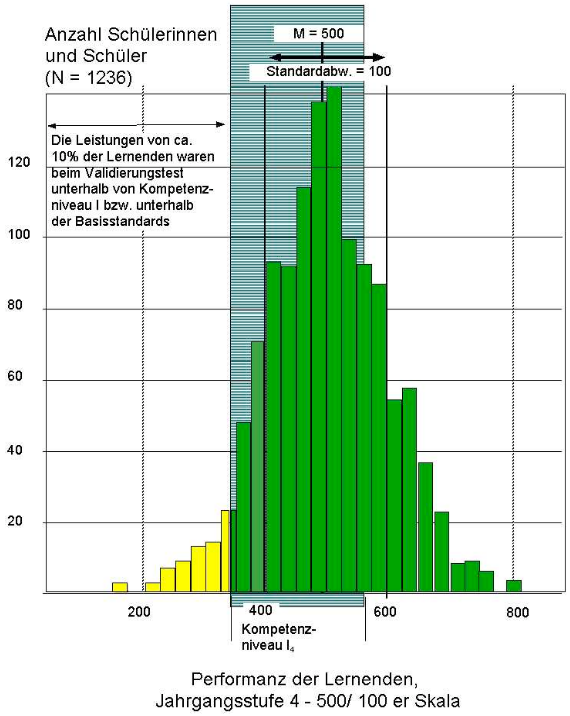
A la fin de la 11e année de scolarité, tous les élèves doivent avoir atteint au moins le niveau I_{11} dans la totalité des domaines et des types de compétence et être capables de contribuer à la résolution, en équipe, de tâches de niveau II_{11} et, dans quelques cas, de niveau III_{11} en posant des questions, en émettant des idées ou en faisant des croquis. Dans le cas du test de validation 2007, ce seuil est positionné à une valeur de 400.

8.1 Répartition des élèves lors du test de validation

Les standards de base proposés correspondent au seuil du niveau de compétence I (pour la 8e et la 11 année) ou II (pour la 4e année). Lors du test de validation, à peu près le même nombre d'élèves de chaque année scolaire envisagée se situaient en dessous de ce seuil et n'auraient donc pas atteint les standards de base[48] (4e: 10%, 8e: 14% et 11e: 16%). Les deux graphiques ci-dessous représentent les résultats du test de validation de 4e et de 11e année.[49]

4e année : Nombre d'élèves (N = 1236)

‰ d'élèves M = 500 Ecart-type = 100



11e année : Nombre d'élèves (N = 5704)

‰ d'élèves M = 500 Ecart-type = 100

Répartition théorique des élèves

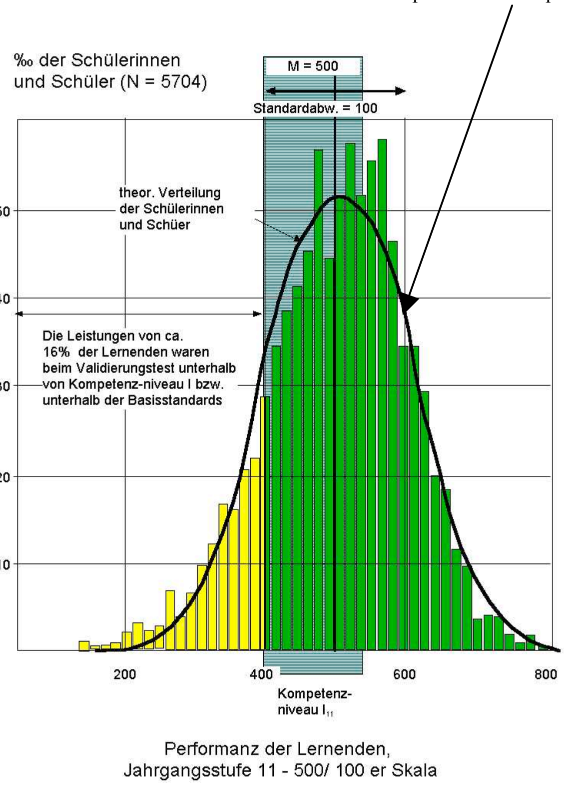


illustration 8-2

Performance des élèves, 4e année, échelle 500:100

bleu = Niveau de compétence I

Les résultats d'env. 10% des élèves étaient inférieurs au seuil de compétence I, et donc au-dessous des standards de base.

Performance des élèves, 11e année, échelle 500:100

bleu =Niveau de compétence I

Les résultats d'env. 16% des élèves étaient inférieurs au seuil de compétence I, et donc au-dessous des standards de base.

L'échelle horizontale représente le niveau de compétence et l'échelle verticale, la proportion d'élèves en pourcent (à gauche pour la 4e) ou en pourmille (pour la 11e année à droite) qui possèdent le niveau de compétence[50] correspondant. La représentation de la courbe en cloche peut toutefois légèrement donner lieu à des

[48] On notera toutefois que le test était essentiellement conçu dans le but de valider le modèle de compétence et de déterminer les niveaux d'exigence, et non pour sonder la compétence en mathématiques.

[49] Ces résultats sont pondérés, c'est-à-dire que les régions linguistiques sont prises en considération dans le graphique au prorata de leur population. Nous n'avons pas reproduit le graphique concernant la 8e année, car il correspond à peu de choses près à celui de 11e année.

[50] Il ne faut pas confondre les valeurs de l'échelle des compétence avec les points obtenus lors du test. Ces valeurs sont calculées sur la base du modèle psychométrique. Le fait que la répartition idéalisée suive la courbe de Gauss est principalement dû aux transformations effectuées: dans chaque cas, la valeur moyenne, c'est-à-dire une performance moyenne, a été fixée à 500 (ou à une valeur pro-

interprétations erronées, raison pour laquelle nous tenons à souligner expressément que ni le modèle de compétences Harmos Mathématiques, ni les propositions de standards de base ne sont conçus de manière à tabler a priori sur un quota d'échec de 14–16%. Il s'agit d'un résultat établi dans le cadre de la validation, face à une situation qui devrait pouvoir être améliorée grâce à un effort conjoint de tous les acteurs du système éducatif suisse et qui, de l'avis du Consortium, sera effectivement améliorée à moyen terme. Une seconde erreur d'interprétation porte sur la prétendue réduction à une valeur seuil unidimensionnelle: en réalité, les standards proposés prennent en compte les différents types (et domaines) de compétence tout en incluant l'aptitude et la disposition à résoudre des tâches relativement difficiles en équipe.

8.2 Légitimation des standards de base proposés

L'expertise Klieme (2002) donne une liste de dix critères que les standards de formation doivent remplir. Les trois premiers servent à distinguer de conceptions différentes la notion de standard de formation utilisée dans l'expertise et sont donc incontournables (pour les standards de formation tels que les conçoit l'expertise), les sept autres portant sur des caractéristiques que devraient avoir les standards de formation *de qualité*. Nous les passons en revue ci-après.

Se référer aux objectifs généraux de l'éducation:[51] la mission de la scolarité obligatoire formulée dans le concordat HarmoS (veiller à ce que chaque élève acquière une formation de base qui lui permette d'accéder aux filières de formation professionnelle ou de formation générale du degré secondaire II[52]) a déterminé le choix du domaine noyau des mathématiques, l'accent mis sur les types de compétence et l'intégration des aspects motivationnels et sociaux. Eu égard aux développements internationaux, nous avons pris en compte la conception orientée sur l'action qui est celle de la *mathematical literacy* de PISA 2003 et l'avons élargie en une formation de base en mathématiques (à l'image des directives de la KMK en Allemagne et des conceptions parallèles en Autriche).

Etre organisés de manière systématique à travers un modèle de compétences:[53] prenant pour fil rouge la matrice heuristique, nous avons conçu un modèle de compétences auquel se réfèrent les exigences des standards de formation posées en termes de compétences.

Etre concrétisés sous forme d'exercices et de procédures de test:[54] une multitude d'items ont été conçus pour HarmoS et expérimentés sous forme de dispositifs de test. Par manque de temps et de ressources, nous n'avons pas encore pu, il est vrai, tester des items pour tous les domaines et tous les types de compétence et nous avons dû renoncer pour l'instant à établir des procédures permettant de saisir les facettes non cognitives de la compétence.

Lien avec les disciplines:[55] même si les compétences mathématiques ne peuvent s'acquérir ni se prouver sans l'aide de compétences relevant d'autres disciplines (notamment la lecture), le modèle de compétences

---

che de 500) et l'écart-type, à 100 (resp. 113).

[51] Les standards de formation se réfèrent aux objectifs de l'éducation, poursuivis par l'apprentissage scolaire, et transposent ceux-ci en exigences concrètes.» (Klieme 2003, p. 19)

[52] «Au cours de la scolarité obligatoire, chaque élève acquiert la formation de base qui permet d'accéder aux filières de formation professionnelle ou de formation générale du degré secondaire II (…)» (CDIP 2006, art. 3, concordat HarmoS)

[53] «Les standards de formation concrétisent les objectifs sous forme de compétences exigées. Ils fixent les compétences dont un(e) élève doit disposer, quand des objectifs majeurs de l'enseignement doivent être considérés comme atteints. Les exigences posées sont organisées de façon systématique à travers les modèles de compétences qui exposent les aspects, les degrés et les progressions des compétences.» (Klieme 2003, p. 21)

[54] «Les standards de formation, en tant que résultats des processus d'apprentissage, sont concrétisés sous la forme d'exercices et situations-problèmes et finalement sous la forme de procédés fiables qui permettent de saisir empiriquement le niveau de compétences réellement atteint par les élèves.» (Klieme 2003, p. 22)

[55] «*Lien avec les disciplines:* les standards de formation se rapportent à un domaine d'études précis et font ressortir clairement les principes fondamentaux de la discipline ou de la branche d'enseignement.» (Klieme 2003, p. 22)

bâti sur les matrices des *can do* présente toutefois une systématique mathématique.

Focalisation:[56] à dessein, nous n'avons pas inclus tous les thèmes des plans d'études dans les matrices des *can do*, mais nous nous sommes concentrés sur un domaine noyau du point de vue mathématique et didactique.

Cumulativité:[57] les propositions tiennent compte du critère de l'apprentissage systématiquement interrelationnel en ce sens que les contenus des domaines de compétence sont reliés systématiquement et de différentes manières à des activités distinctes (types de compétence). Disposer d'un savoir maniable et interrelationnel, c'est non seulement connaître des états de fait, mais également être capable de leur appliquer des procédures, d'argumenter à leur propos, de les explorer, de les utiliser en un modèle mathématique et d'analyser et interpréter leurs résultats. Voilà pourquoi il faut avoir des compétences (au moins minimales) dans tous les types de compétences.

Caractère obligatoire pour tous:[58] conformément au mandat reçu, nous avons défini comme une obligation pour tous les élèves le degré de maîtrise que chacun devrait posséder dans les compétences noyau. Les standards que nous avons formulés doivent donc être compris et appliqués comme des standards de base, et non en tant que norme.[59]

Différenciation:[60] le modèle de compétences définit quatre niveaux de compétence pour la 8^e^ et la 11^e^ année. Le niveau de compétence I proposé comme standard s'étend, de même que les autres niveaux, sur une certaine fourchette. En principe, il y a une forte probabilité ($^2/_3$) que les élèves résolvent des tâches faciles de niveau I (difficulté empirique de 400 ou légèrement au-dessus). Mais les tests devraient dans tous les cas comprendre également des tâches de niveau plus élevé, puisque les standards proposés incluent l'aptitude et la disposition à se pencher sur des tâches relativement difficiles et à contribuer à leur résolution en équipe.

Pour la 4^e^ année, les moyens à disposition nous ont permis de concevoir et tester des tâches opérationnalisant les standards de base. Il nous manque toutefois encore des tâches décrivant les compétences sous-jacentes, ainsi que des tâches correspondant à des niveaux de compétence plus élevés, qui restent à concevoir et à tester.

Clarté:[61] il n'est pas évident de formuler de manière claire et concise les standards de base en mathématiques pour la 8^e^ et la 11^e^ année. Les exemples de tâche présentés en annexe visent à donner une idée concrète des compétences attendues.

Applicabilité:[62] nous considérons l'applicabilité réclamée par Klieme (2003) comme un élément central et nous y avons veillé tout particulièrement.

Au cours du projet HarmoS, nous nous sommes constamment efforcés de garder pour objectif de pouvoir publier des standards de base correspondant à une liste de compétences à atteindre aussi compacte et fonctionnelle que possible. Nous y sommes partiellement parvenus au moins pour la 4^e^ année, du fait de l'étendue

---

[56] «*Focalisation:* les standards ne couvrent pas toute l'étendue du domaine d'études ou de la discipline, à savoir la totalité des ramifications, mais se concentrent sur un domaine noyau.» (Klieme 2003, p. 22)

[57] «*Cumulativité:* les standards de formation renvoient à des compétences acquises au cours du parcours individuel d'apprentissage jusqu'à un moment précis. Ils visent ainsi un processus d'apprentissage cumulatif et systématiquement interrelationnel.» (Klieme 2003, p. 22)

[58] «*Caractère obligatoire pour tous:* les standards expriment les conditions minimales que tous les apprenants doivent remplir. Ces standards minimum doivent être valables pour tous les élèves et pour toutes les filières scolaires.» (Klieme 2003, p. 22)

[59] A ce sujet, cf. Linneweber-Lammerskitten/Wälti (2007)

[60] «*Différenciation:* les standards ne fixent pas seulement une « échelle », mais distinguent différents niveaux de compétences qui se situent en dessus ou en dessous, respectivement avant ou après le niveau minimum. Ils permettent ainsi de comprendre des progressions d'apprentissage et de définir des gradations et des profils supplémentaires, lesquels représentent des exigences complémentaires au sein d'un Land, d'une école ou d'un type scolaire.» (Klieme 2003, p. 22)

[61] «*Clarté:* les standards de formation sont formulés de façon claire, concise et compréhensible.» (Klieme 2003, p. 22)

[62] «*Applicabilité:* les exigences représentent un défi pour les apprenants et les enseignants, mais elles peuvent être remplies grâce à des ressources et à des investissements réalistes.» (Klieme 2003, p. 22)

encore gérable de la matière enseignée. Pour la 8e et la 11e année en revanche, il n'est guère possible de réduire à une telle liste les standards de base sans prétériter la complexité des situations didactiques étudiées en mathématiques à ce niveau. Les USA ont déjà bon nombre d'années d'expérience négative concernant la définition de standards orientés sur des output faciles à vérifier.

Audrey Amrein et David Berliner (2002) signalent à ce sujet notamment les problèmes suivants:

1) la plupart du temps, baisse des performances scolaires après l'introduction de tests standardisés universels,

2) nombre croissant d'élèves laissés pour compte ou interrompant leur scolarité avant terme,

3) recadrage du plan d'études sur les contenus et formes d'apprentissage dictés par les standards et les tests.

Le défi lancé aux enseignants dont parle Klieme (2003) se pose tout autant dans l'enseignement. Réduire ce dernier à une liste exécutoire de compétences clés reviendrait à l'appauvrir sur bien des points et à minimiser le challenge pour un (trop) grand nombre d'enseignants et d'élèves. Pire encore: on donnerait ainsi à une grande partie des élèves de Suisse l'impression qu'il suffit de quelques compétences noyau bien délimitées pour entrer dans le monde des adultes. Réduits de la sorte à une petite liste de compétences, les standards de base se focaliseraient inéluctablement sur deux aspects de compétences: Savoir, reconnaître et décrire et Appliquer des procédures et utiliser des techniques. Dans le monde d'aujourd'hui, cependant, les compétences rattachées à ces deux aspects sont en majeure partie déléguées à des ordinateurs et ont de ce fait perdu de leur importance dans la vie professionnelle comme dans la vie quotidienne au profit d'autres compétences. L'être humain n'est presque plus sollicité en tant que «producteur» de résultats statistiques, arithmétiques ou géométriques, si bien que la simple maîtrise des opérations et notions que cela implique en dehors de toute compréhension plus poussée des tenants et aboutissants n'a conservé de valeur que sur les bancs de l'école. C'est pourquoi il est essentiel que tous les élèves soient initiés aux implications de ces processus, que tous les élèves se repèrent dans le flux surabondant d'informations et qu'ils soient à même de juger de la valeur et de la portée des assertions et des résultats qu'ils rencontrent. Les standards de base que nous proposons couvrent par conséquent tous les aspects de compétence. En 1999 déjà, Johann Welsch critiquait le fait que le système éducatif établi par la société industrielle répondait de moins en moins aux attentes de l'économie et de la société et avait besoin d'être réformé.[63] Sur la route menant à la société de l'information, ce serait une erreur fatale que de focaliser les exigences sur des compétences adaptées à la société industrielle, qui ont perdu de leur importance depuis assez longtemps au quotidien comme dans la vie professionnelle.

8.3 Valeur interprétative des résultats des tests sur le plan individuel

Quand bien même le fait de situer la compétence de la plupart des élèves sur une échelle allant de 200 à 800 suggère l'exactitude des mesures, il ne procède en réalité que d'une estimation grossière. En réitérant en effet le test sur une trentaine d'items, la compétence mesurée varierait en moyenne de 60 unités sur le plan individuel. Cette fluctuation est appelée erreur-type.

Pour les élèves dont la compétence estimée se situe entre 340 et 460, il est par conséquent impossible de savoir avec un degré de certitude suffisamment grand s'ils auraient atteint les standards de base dans le cas où la mesure aurait été «exacte». Pour les élèves ayant obtenu un score de 340, il subsiste donc toujours une probabilité d'environ 17% qu'ils réaliseraient un score de 400 ou plus s'ils repassaient le test. Pour les élèves dont la compétence se situe à 400, la probabilité qu'ils remplissent une nouvelle fois les standards de base (score de 400 au moins) en refaisant le test est de 50%; avec un score de 460, elle est d'environ 83%. Lors du test principal réalisé en 11e année, la compétence d'environ 10% des élèves a été située entre 340 et 400 et celle de 17% des élèves entre 400 et 460. En étant testés deux fois, un tiers environ des élèves de ce groupe

[63] Welsch 1999.

(soit 27% des élèves ayant une compétence située entre 340 et 460) atteindraient donc une fois les standards de base (score de 400 au moins) et une fois ne les atteindraient pas.

Une évaluation individuelle, consistant à tester les standards de base chez des individus, ne permet pas de savoir avec certitude s'ils sont atteints, même en soumettant un test relativement exigeant à un grand groupe d'élèves sur deux périodes d'enseignement. Les seules interprétations possibles des résultats sont celles qui se réfèrent à un groupe relativement important, par exemple lorsqu'il s'agit du pourcentage d'élèves atteignant les standards de base.[64]

9 Limites du modèle de compétences HarmoS Mathématiques

Le modèle de compétences conçu dans le cadre du projet HarmoS Mathématiques, ou du moins sa conception pluridimensionnelle, l'instrument méthodologique que constitue la matrice heuristique, l'organisation des conditions de test, etc., présentent un intérêt certain pour différents projets complémentaires et pourront même servir de référence. Il ne faudra toutefois pas oublier que le modèle lui-même, tel qu'il existe actuellement, a été imaginé afin de définir des standards de base applicables aux trois segments de la scolarité obligatoire, objectif pour lequel il est taillé sur mesure. Cette orientation nous a contraints, d'une part, à réduire le contenu mathématique à un noyau thématique et opérationnel et, d'autre part, à viser un niveau raisonnable susceptible d'être atteint par (presque) tous les élèves. Pour définir des standards normaux et des standards idéaux, comme des standards pour les écoles du degré secondaire II (lycées et écoles professionnelles), il faudrait développer encore le modèle de compétences, ce qui serait tout à fait réalisable. Si l'on voulait utiliser le modèle à des fins de bilan individuel pour déterminer la voie de développement optimale ou pour décider de la promotion des élèves, on devrait approfondir les travaux de recherche et de développement, et une nette séparation entre les tests destinés au monitorage de la formation et ceux mesurant le niveau individuel d'apprentissage serait indispensable.

La conception du modèle ne nous a pas permis d'étudier l'évolution des compétences et des contenus ressortissant aussi bien aux classes de 8^{e} qu'à celles de 11^{e} année (par ex. le calcul avec des nombres décimaux). On peut cependant envisager la possibilité de développer, dans le cadre d'une étude ultérieure, des ensembles de tâches identiques pour les classes de 8^{e} et 11^{e} année afin de comparer les performances de ces deux groupes d'âge.

Il est à relever que nous avons eu des difficultés non négligeables à élaborer une terminologie commune, souvent en raison des différences linguistiques lorsque deux mots similaires ne recouvrent pas les mêmes représentations (par ex. *Géométrie* n'a pas le même champ sémantique en Suisse romande que *Geometrie* en Suisse alémanique). Certaines de ces différences ont pu s'aplanir avec le temps, mais il subsiste, de fait, des éléments encore peu stabilisés. De plus, la réussite d'un projet enjambant les frontières linguistiques et culturelles dépend d'un facteur important: le temps à disposition. Il en faut suffisamment pour pouvoir forger et stabiliser des conceptions et des terminologies communes – on gagnera donc à mieux prendre en compte cette dimension lors de la planification de nouveaux projets.

Enfin, *last but not least*, on se rappellera, lors de tout développement ultérieur, que ce modèle de compétences, du fait de sa finalité, la définition de standards de formation, se réfère à l'enseignement, et que la question à laquelle il cherche à répondre est la suivante: quelle formation de base en mathématiques une société démocratique telle que la Suisse se doit-elle d'offrir à tous ses membres?

[64] Il va de soi que les enseignants peuvent réaliser le test type avec l'ensemble de leur classe et déduire des résultats ainsi obtenus des conclusions quant au niveau d'apprentissage de leur classe. On ne saurait toutefois prétendre fonder des décisions concernant le parcours de formation de l'un ou l'autre élève sur les résultats d'un test HarmoS.

10 Bibliographie

Amrein, A. & Berliner, D. C. (2002): High-stakes testing, uncertainty, and student learning. Education Policy Analysis, 10, No. 8. Arizona: Education Policy Studies Laboratory.

Bender, P. (2006). Was sagen uns PISA & Co, wenn wir uns auf sie einlassen? In: PISA & Co - Kritik eines Programms. Hg. v. T. Jahnke & W. Meyerhöfer. Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W. Drüke-Noe, C. Leiss, D. et al. (2005). Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht. ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Vol. 37 (4).

Blum, W.; Drüke-Noe, Ch.; Hartung, R. und Köller, O. (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards* Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bruder, Regina (1998): Modellierung eines mathematischen Curriculums. In: G. Kadunz u.a. (Hg): Mathematische Bildung und neue Technologien. Stuttgart/Leipzig 1998, S.53-60

Büchter, A. et Leuders, T. (2005). Zentrale Tests und Unterrichtsentwicklung.. ..bei guten Aufgaben und gehaltvollen Rückmeldungen kein Widerspruch. Pädagogik. 5. 14-18.

CDIP (1998) Espaces de liberté – lignes directrices – points de convergences : l'enseignement des mathématiques durant la scolarité obligatoire. Dossier 49. Berne

Clemens, D.H.; Swaminathan, S.; Hannibal, M.A.Z.; Sarama, J. (1999): Young children's concept of shape. In: Journal for Research in Mathematics Education 30, 192-212.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du tessin (CIIP) (2004) Plan d'études cadre romand (PECARO), (Manuscrit)

Cowan, R. (2003): Does it all add up? Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies and principles. In: Baroody, A.J.; Dowker, A.: The Development of arithmetical concepts and skills. Constructing adaptive expertise. Mahwah/London: Erlbaum, 35-74

de Lange, J. (1991). Assessment: No change without problems. Reshaping Assessment Practices: Assessment in the Mathematical Sciences under Challenge. Proceedings from the First National Conference on Assessment in the Mathematical Sciences. Hg. v. M. Stephens & J. Izard. Geelong, Victoria.

de Lange, J. (1999): Framework for classroom assessment in mathematics. Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievment in Mathematics and Science. www.fi.uu.nl/catch/products/framework/de_lange_frameworkfinal.pdf (15.01.06)

DeSeCo (2002): Theoretical and Conceptual Foundations. Strategy Paper, http://www.portal-stat.admin.ch/deseco/deseco_strategy_paper_final.pdf

DeSeCo (2003): Summary of the final report "Key Competencies for a Successful Life and a Well-Functioning Society" http://www.portal-stat.admin.ch/deseco/deseco_finalreport_summary.pdf

Eccles, J.S. (2005). Subjective Task Value and the Eccles et al. Model of Achievement-Related Choices. In A.J. Elliot & C.S. Dweck, (Eds.) *Handbook of Competence and Motivation*. New York: The Guilford Press.

Ehmke, T. Leiss, D. Blum, W. et al. (2006). Entwicklung von Testverfahren für die Bildungsstandards Mathematik. Unterrichtswissenschaft. 34. Jg, H. 3.

Eichler, K.P. (2004): Geometrische Vorerfahrungen von Schulanfängern. In: Praxis Grundschule. Herft 2, 12-20.

Ennemoser, M.; Krajewski, K. (2007): Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. In: Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete 76, 228-240.

Franke, M. (2000): Didaktik der Geometrie. Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

Frapolli, Aldo, u.a. (2004): PIANO DI FORMAZIONE DISCIPLINARE DI MATEMATICA, (Manuscrit)

Fuson, C. (1988): Children's counting and number concept. New York u.a.: Springer

Geary, D.C. (2004): Mathematics and learning disabilities. In: Journal of Learning Disabilities 37, 4-15.

Geary, D.C.; Bow-Thomas, Ch.; Yao, Y. (1992): Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. In: Journal of Experimental Psychology 54, 372-391.

HarmoS Konsortium Mathematik (2007a): Vorschläge für Basisstandards HarmoS Mathematik (Typoskript)

HarmoS Konsortium Mathematik (2007b): Kompetenzmodell HarmoS Mathematik (Typoskript)

Hellmich, F. (2007): Lehren und Lernen im Geometrieunterricht. In: Heimlich, U./ Wember, F.: Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 294-306.

Jablonka, E. (2006). Mathematical Literacy: Die Verflüchtigung eines ambitionierten Testkonstrukts in bedeutungslose PISA-Punkte. In: PISA & Co - Kritik eines Programms. Hg. v. T. Jahnke & W. Meyerhöfer. Hildesheim: Franzbecker.

Jahnke, T. (2006). Zur Ideologie von PISA & Co. In: PISA & Co - Kritik eines Programms. Hg. v. T. Jahnke & W. Meyerhöfer. Hildesheim: Franzbecker.

Jordan, N.C.; Hanich, L. (2000): Mathematical thinking in second-grade children with different forms of learning disabilities. In: Journal of Learning Disabilities 33, 567-578

Klieme, Eckhard, u.a. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise http://www.dipf.de/publikationen/volltexte/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf

KMK (2000): Handreichungen für die Erarbeitung von Rahmenlehrplänen der Kultusministerkonferenz (KMK) für den berufsbezogenen Unterricht in der Berufsschule und ihre Abstimmung mit Ausbildungsordnungen des Bundes für anerkannte Ausbildungsberufe. http://www.kmk.org/doc/publ/handreich.pdf (06.11.2007)

KMK (2003a): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss, http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf

KMK (2004a): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Grundschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf (Februar 2005)

KMK (2004b): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss nach Klasse 9, http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Hauptschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf (Februar 2005)

KMK (2004c): Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz, http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Argumentationspapier308KMK.pdf (Februar 2005)

Krajewski, K. (2007): Prävention der Rechenschwäche. In: Schneider, W.; Hasselhorn, M. (Hrsg.): Handbuch der Psychologie. Bd. Pädagogische Psychologie. Göttingen: Hogrefe

Krajewski, K.; Schneider, W. (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: Zeitschrift für Psychologie in Erziehung und Unterricht 53, 246-262.

Künzli, R. Bähr, K. Fries, A.V. u. a. (1999). Lehrplanarbeit. Über den Nutzen von Lehrplänen für die Schule. Chur: Rüegger Verlag.

Künzli, R. et Hopmann, S. (Hg.). (1998). Lehrpläne: Wie sie entwickelt werden und was von ihnen erwartet wird. Forschungsstand, Zugänge und Ereignisse aus der Schweiz und der Bundesrepublik Deutschland. Chur: Rüegger Verlag.

Linneweber-Lammerskitten (2006): Bildungsstandards in Mathematik: allgemein, abstrakt, exemplarisch oder vage? in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2006, Hildesheim, Berlin (Franzbecker) 348-351

Linneweber-Lammerskitten (2007): Mathematische Bildungsstandards für das Gymnasium? In: AMV-aktuell (=Aargauer Mittelschullehrerinnen- und Mittelschullehrer-Verein) 06/3, 20-30, Wiederabgedruckt in: Qi (=Quartalsinformationen des Mittelschullehrerverbands Zürich) 06/4, 47-58

Linneweber-Lammerskitten, Helmut (2008): Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2008 (im Druck).

Linneweber-Lammerskitten, Helmut und Wälti, Beat (2005): Is the definition of mathematics as used in the PISA Assessment Framework applicable to the HarmoS Project? in: ZDM Vol. 37, 2005

Linneweber-Lammerskitten, Helmut und Wälti, Beat (2006): Was macht das Schwierige schwierig? Überlegungen zu einem Kompetenzmodell im Fach Mathematik. in: Criblez et al. (Hg.): Lehrpläne und Bildungsstandards, Bern (hep) 2006, 197-227

Linneweber-Lammerskitten, Helmut und Wälti, Beat (2007a): Wie Mindeststandards gemacht werden. Informationen und Erfahrungen aus der Schweiz. In: lernchancen Heft 55, 59-63

Linneweber-Lammerskitten, Helmut und Wälti, Beat (2007b): Leistungsmessung und Unterrichtsentwicklung in der Schweiz. in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007, Hildesheim, Berlin (Franzbecker) (im Druck)

Linneweber-Lammerskitten, Helmut und Wälti, Beat (2008): HarmoS Mathematik: Kompetenzmodell und Vorschläge für Bildungsstandards. In: Beiträge zur Lehrerbildung BzL 3/2008, 326-337.

Lohaus, A.; Schumann-Hengsteler, R.; Kessler, T. (1999): Räumliches Denken im Kindesalter. Göttingen u.a.: Hogrefe

Malle, Günther (1993): Didaktische Probleme der elementaren Algebra, Wiesbaden (Vieweg)

Mabott, D.J.; Bisanz, J. (2003): Developmental change and individual differences in children's multiplication. In: Child Development 74, 1091-1107

Meili-Schneebeli, E. (1994): Wenn Kinder zeichnen. Bedeutung, Entwicklung und Verlust des bildnerischen Ausdrucks. Zürich: Verlag Pro Juventute

Moser Opitz, E. (2007): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern u.a.: Haupt

Moser Opitz, E; Christen, U.; Vonlanthen Perler, R. (2007): Räumliches und geometrisches Denken von Kindern im Übergang vom Elementar- zum Primarbereich beobachten. In: Graf, U.; Moser Opitz, E.: Diagnostik und Förderung im Elementarbereich und Grundschulunterricht. Hohengehren: Schneider, 133-149.

Moser Opitz, Elisabeth (2006): Assessements, Förderplanung, Förderdiagnostik – messen und/oder fördern? In: Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik 9, 5-11

Moser Opitz, Elisabeth (2006): PISA und Bildungsstandards: Stein des Anstosses oder Anstoss für die Sonderpädagogik? In: Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete 75, 110-120

Moser Opitz, Elisabeth (2007): Bildungsstandards und Sonderpädagogik. In: Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik 9, 10-17.

NCTM (2000): Principles and Standards for School Mathematics. Print Edition ISBN 0-87353-480-8

Neubrand, Johanna (2002): Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen, Hildesheim & Berlin

Neubrand, M. (2005). Impulse aus PISA für die mathematikdidaktische Forschung. MU Der Mathematikunterricht. 2/3.

Neubrand, M. (Hg.). (2004). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Neubrand, M. Klieme, E. Lüdtke, O. et al. (2002). Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. Unterrichtswissenschaft. 30 (1). 100-119.

Neubrand, M., Biehler, R., Blum, W., et al. (2001): Grundlagen der Ergänzung des internationalen OECD/PISA-Mathematik-Tests in der Deutschen Zusatzerhebung, ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Vol. 33 (2), 33-45

Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. In: Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges. B.L. Madison. Princeton, N.J: National Council on Education and the Disciplines. 2.12.05. www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf.

OECD (1999): Measuring students knowledge and skills. A New Framework for Assessment, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/45/32/33693997.pdf (24.02.2004)

OECD (2001): Lernen für das Leben, erste Ergebnisse der internationalen Schulleistungsstudie PISA 2000, OECD

OECD (2004a): Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/ 1/60/34002216.pdf (24.02.2004)

OECD (2004b): Lernen für die Welt von morgen Erste Ergebnisse von PISA 2003, http://www.pisa.oecd.org/datoecd/48/48/34474315.pdf (24.02.2004)

OECD (2004c): PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills - Publications 2003, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/ 46/14/33694881.pdf (24.02.2004)

Ostad, S.A. (1997): Developmental differences in addition strategies: a comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. In: British Journal of Educational Psychology 67, 345-357

Ostad, S.A. (1998): Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. In: Mathematical Cognition 4, 1-19

Rychen, D. S. & Salganik, L. H. (Eds.). (2001). Defining and Selecting Key Competencies. Göttingen, Germany: Hogrefe & Huber.

Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren (EDK) (1998): Freiräume - Richtlinien - Treffpunkte: Mathematik während der obligatorischen Schulzeit, Bern

Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren (EDK) (2006): Interkantonale Vereinbarung über die Harmonisierung der obligatorischen Schule (HarmoS-Konkordat). Bericht zur Vernehmlassung. Bern http://www.edk.ch/vernehmlassungen/mainVernehml_d.html

Sill, H.D. (2006). PISA und die Bildungsstandards. In: PISA & Co - Kritik eines Programms. Hg. v. T. Jahnke & W. Meyerhöfer. Hildesheim: Franzbecker.

Smit, Robbert (2005): HARMOS: Lehrplanvergleich – Mathematik. Bern: EDK. http://www.edk.ch/PDF_Downloads/ Harmos/L_Mathematik_d.pdf

Van Hiele, P.M. (1986): Structure and insight. A theory of mathematics education. Orlando: Academic Press.

Wälti, Beat (2006): Unterrichtsqualität durch Standards. in: e-ducation 2/2006, S.30f

Wälti, Beat (2007): Vier mal fünf kann man auch zeichnen. In: Bildung Schweiz, Sonderheft Lehrmittel Heft 5a, 8 - 11

Wälti, Beat (2008, in Print): Lernumgebungen und Bildungsstandards – der Versuch einer Synthese. In: Hirt, Ueli und Wälti, Beat (2008 in Print): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte Band 2, Velber (Kallmeyer)

Weinert, F. E. (2001): Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), Leistungsmessungen in Schulen, Weinheim und Basel Beltz Verlag

Weinert, F. E. (2001b). Concepts of competence: A Conceptual Clarification In: D. S. Rychen und L. H. Salganik (Hrsg.), Defining and Selecting Key Competencies, Seattle, Toronto, Bern, Göttingen (Hogrefe & Huber Publishers), 45-66

Welsch, Johann (1999): Welche Bildung braucht die Informationsgesellschaft? In: Aus Politik und Zeitgeschichte. Heft 35/36, S. 24-32

Winter, Heinrich [1995]: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung, In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Nr. 61, S. 37-46

Wittmann, Erich CH. [1981]: Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. neu bearbeitete Auflage Wiesbaden, Vieweg+Teubner

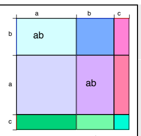
11 Annexe 1 – Questionnaire de motivation M11

En faisant les exercices de mathématiques, les uns t'ont sans doute paru difficiles, les autres plus faciles. Tu as peut-être trouvé un exercice intéressant même si tu n'as pas réussi à le résoudre. Tu retrouveras ci-dessous six de ces exercices. Tu ne dois **pas les faire**, mais simplement indiquer ce que tu en penses dans la colonne de droite .

11.

Exercice 1:

A l'intérieur du carré ci-contre, deux surfaces correspondent à l'aire a • b.



Inscris les aires c^2 et b^2 sur les surfaces concernées!

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

12.

Exercice 2:

Estime le résultat sans l'aide de la calculatrice et place le signe qui convient: <, >, =

a)3456 + 5678 1456 + 7678

b)654 – 379 644 – 389

c)158 •61 58 •71

d)960 : 16 1440 : 48

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

13.

Exercice 3:

Les racines ci-contre sont construites selon une structure donnée.

1.	$\sqrt{1 \bullet 5 + 4} = 3$
2.	$\sqrt{1 \bullet 6 + 4} = 4$
3.	$\sqrt{1 \bullet 7 + 4} = 5$
4.	$\sqrt{1 \bullet 8 + 4} = 6$
5.	
6.	
n	

Complète le tableau!

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

14.

Exercice 4:

Est que l'un des nombres de la série

7, 12, 17, 22, 27, …
est divisible par 5 (sans reste)?

Explique pourquoi!

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

15.

Exercice 5:

Si on multiplie un nombre à trois chiffres par un nombre à quatre chiffres, on peut obtenir un résultat …

A à 5 chiffres D à 8 chiffres

B à 6 chiffres E à 9 chiffres

C à 7 chiffres F à 10 chiffres

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

16.

Exercice 6:

4 • 6 + 5 + 6 = 5 • 7   8 • 3 + 9 + 3 = 9 • 4

12 • 7 + 13 + 7 = 13 • 8

Les trois calculs ci-dessus illustrent une loi mathématique. Donne deux autres calculs illustrant la même loi:

I) …… • …… + …… + …… = …… • ……

II) …… • …… + …… + …… = …… • ……

et formule la loi de manière générale!

Les exercices de ce type …	tout à fait	oui, assez	pas vraiment	pas du tout
… me semblent difficiles	☐	☐	☐	☐
… m'amusent	☐	☐	☐	☐
… me paraissent importants	☐	☐	☐	☐
… m'ennuient	☐	☐	☐	☐
… ne me font ni chaud ni froid	☐	☐	☐	☐
… sont faciles pour moi	☐	☐	☐	☐

Merci d'avoir participé!

12 Annexe 2 – Brève analyse de la motivation M11

Une modeste enquête exploratoire sur les facettes de la compétence en mathématiques qui relèvent de la motivation a eu lieu en complément au test de validation. Cette étude visait à contrôler l'instrument lui-même et à savoir si la motivation varie en fonction des types de compétence et dans quelle mesure la motivation a un effet sur les résultats des élèves.

Les items de ce test complémentaire HarmoS se fondent sur les composantes du modèle des attentes et de la valeur élaboré par Eccles & Wigfield (2005). Ils ont permis de recueillir les émotions liées à l'apprentissage et aux performances propres au domaine des mathématiques par rapport aux tâches faisant appel aux aspects de compétence définis dans le modèle de compétences HarmoS.

L'instrument de mesure se compose de six tâches de mathématiques couvrant les divers aspects de compétence du domaine Nombres et opérations (cf. annexe 1). Chacune de ces tâches illustre les tâches similaires du même aspect de compétence. Les questions portent sur la motivation de l'élève face à des exercices de ce type. Pour chaque tâche, il y a six items correspondant aux composantes thématiques du modèle combinant attentes de succès et valeur attribuée aux tâches. On peut les rassembler le long d'une échelle des «facettes motivationnelles du aspect de compétence».

Les échelles utilisées lors du test de validation afin d'évaluer la motivation des élèves face à certains types de tâche se sont révélées fiables pour les groupes alémaniques et francophones. Pour la partie italophone, l'instrument a besoin d'adaptations. L'interprétation des résultats a été confrontée à une difficulté supplémentaire du fait que tous les items n'étaient pas de la même difficulté empirique. Si l'on réitère l'exercice, il faudrait par conséquent remplacer les exercices correspondant aux aspects de compétence Modéliser et Analyser, interpréter des résultats par des activités de niveau I. On évitera ainsi toute influence du facteur «difficulté» sur les résultats. On peut également augmenter la fiabilité de la réalisation de l'enquête. Soit tous les participants connaissent les activités pour les avoir effectuées dans le test, soit aucun. Même si les tâches du test de validation ont démontré qu'elles illustraient bien un aspect de compétence, il serait judicieux de contrôler la fiabilité des résultats dans un test parallèle.

Si l'on compare les trois groupes linguistiques, on constate des différences de motivation concernant les aspects de compétence. De manière générale, la motivation est plus grande chez les élèves germanophones que dans les deux autres groupes.

Les valeurs de corrélation montrent que l'on peut parfaitement différencier la motivation en fonction des aspects de compétence. En d'autres termes, les élèves se montrent plus ou moins motivés en fonction des exercices correspondant à tel ou tel aspect de compétence. Ce résultat est également confirmé par les valeurs beta plus ou moins fortes de l'analyse régressive. La motivation des élèves a un impact significatif sur leur performance lors du test de validation. Les élèves davantage motivés ont obtenu de meilleurs résultats, et inversement. On peut se demander pourquoi certains aspects de compétence contribuent beaucoup à cet impact et d'autres, non. Mais cela n'aura vraiment de sens de le faire que lorsque l'on disposera d'un test où toutes les tâches sont du même niveau de compétence.

Eccles, J.S. (2005). Subjective Task Value and the Eccles et al. Model of Achievement-Related Choices. In A.J. Elliot & C.S. Dweck, (Eds.) *Handbook of Competence and Motivation*. New York: The Guilford Press.

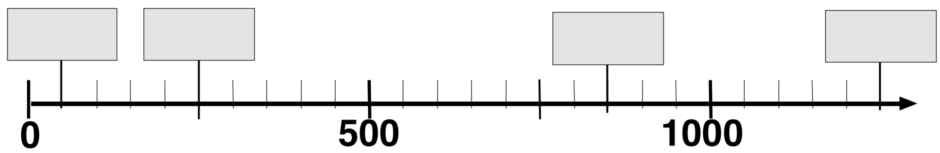
13 Annexe 3 – Exemples de tâches HarmoS Mathématiques 8e année

Remarque préalable : toutes les tâches figurant dans le dossier de présentation des standards pour la phase d'audition et de consultation sont repris dans la collection qui suit. Ils sont brièvement commentés (sous la rubrique "caractéristiques de la tâche" et ils illustrent directement le standard de base (niveau de compétence I). S'y ajoutent plus de cinquante autres tâches non commentées, issues du test de validation 2007. Ceux-ci sont précédés d'une astérisque (*) avant leur titre ; ils illustrent en règle générale les niveaux de compétences II et III.

Les exemples donnés sont présentés ici dans une mise en page plus économe que lors de la présentation des tests en classe ; le format des graphiques a été diminué, alors que les élèves disposaient naturellement de plus de place pour résoudre les problèmes. Les pourcentages indiqués après les titres se rapportent à la fréquence de résolution de chaque tâche lors du test qui toucha près de 13'000 élèves au printemps 2007.

SAVOIR, RECONNAÎTRE ET DÉCRIRE | 8e ANNÉE

Nombres et opérations WE8#1 68% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61901.2



Inscris les nombres correspondants dans les cases.

SOLUTION 50, 250, 850, 1250

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Pendant toute la scolarité obligatoire, la droite numérique a pour fonction de représenter les nombres de façon ordonnée et d'illustrer les ordres de grandeurs. Sur la droite ci-dessus, il faut tout d'abord définir la graduation par 50. En comptant par graduations de 50, on retrouve les nombres à chercher et on les inscrit dans les cases correspondantes.

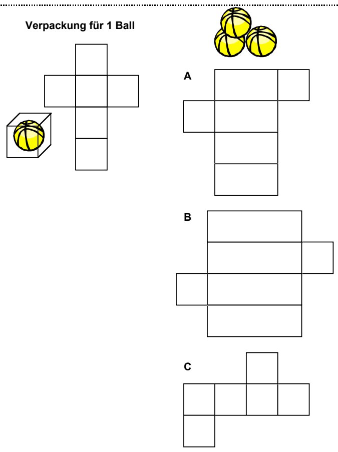
*** Nombres et opérations WE8#2** 40% de fréquence de résolution lors du test 2007 M62103

Coche deux multiplications qui donnent le même résultat!

A	■	1.5 • 0.02
B	■	0.15 • 20
C	■	15 • 0.02
D	■	0.015 • 2
E	■	0.015 • 200
F	■	20 • 1.5

SOLUTION A et D et / ou B et E

Géométrie WE8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



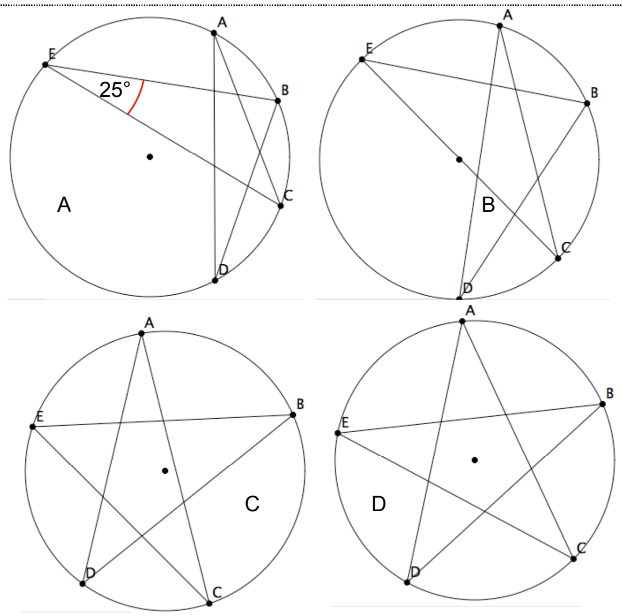
Quel emballage est adapté pour 3 balles ?
Coche l'emballage correspondant.

O A
O B
O C

SOLUTION Emballage B

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche permet de tester la possibilité de mettre en relation les dessins et les paraléllipipèdes (emballage pour 3 balles). Une expérience préalable avec des paraléllipipèdes est indispensable. Comme il s'agit avant tout de définir une largeur d'emballage susceptible d'accueillir trois balles côte à côte, c'est une tâche que de nombreux élèves arrivent déjà à résoudre à vue d'oeil.

*** Géométrie WE8#2** Non testé (Niveau de compétence estimé III)



Sur chacune de ces figures, une des droites est plus longue que les autres. Marque-la.
A quoi la reconnaît-on?

SOLUTION In Figur B. Sie geht durch den Mittelpunkt / durch das Kreiszentrum

---

Géométrie WE8#1 64% de fréquence de résolution lors du test 2007 M62006

A	longueur d'un stylo	D	hauteur d'une table	Quelles sont les deux longueurs qui peuvent correspondre à 1 mètre ?
B	longueur d'une auto	E	largeur d'une chambre	
C	hauteur d'une feuille A4	F	largeur d'un matelas	

SOLUTION D et F

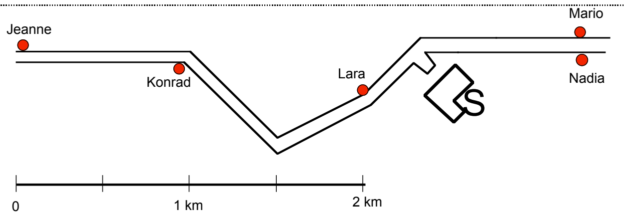
CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Des idées claires sur les unités de mesure les plus courantes sont importantes pour pouvoir comprendre des textes contenant des chiffres ou participer à une discussion sur des objets. On peut tester la solidité de ces idées en cherchant des exemples sur des mesures simples. Par exemple, la longueur de «1 m» peut être mise en relation avec sa propre taille corporelle ou avec un grand pas et ensuite être comparée avec les divers items.

***Grössen und Masse WE8#2** 46% Lösungshäufigkeit, Kompetenzniveau II M62007

A	une table de salle à manger pour 10 pers.	E	l'écran d'un téléphone mobile	Entoure les trois objets dont la surface peut être d'environ 1 m2.
B	l'assise d'un fauteuil	F	un tableau ou un poster accroché au mur	
C	un cahier d'écolier	G	une assiette à soupe	
D	la surface d'un bureau			

SOLUTION B, D, F

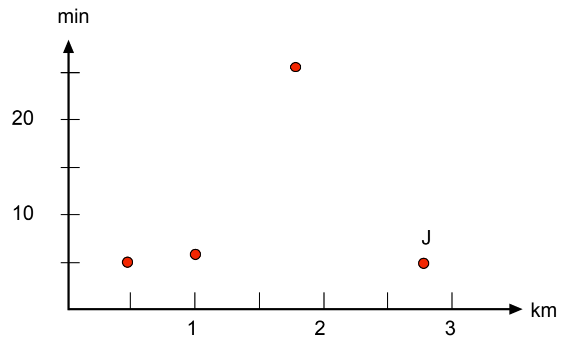
Fonctions WE8#1 68% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60401



Jeanne, Konrad, Lara, Mario und Nadia vont à la même école (S).

Tu peux aussi lire cette information à partir du point J

(voir le tableau à droite).



Les trois autres points montrent la longueur du trajet jusqu'à l'école pour Konrad, Lara und Mario.

Quel point correspond à quel enfant ? Inscris les lettres K, L et M à côté des points correspondants !

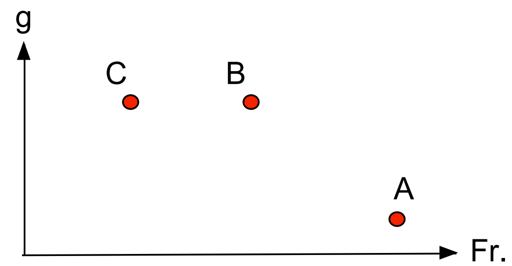
SOLUTION De gauche à droite : L, M, K

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Pour résoudre la tâche, il faut reconnaître des rapports simples (chemin, durée) dans un contexte graphique. Les élèves relèvent les distances du plan et les inscrivent sur l'axe des kilomètres dans le système de coordonnées. Notion utilisée dans d'autres tâches de la série de tests, le temps nécessaire pour le trajet ne joue aucun rôle dans cette tâche. Les élèves sans expérience de ce type de représentations doivent d'abord passer par un processus de modélisation (→ Mettre sous forme mathématique et modéliser).

*** Fonctions WE8#2** 25% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M60401

Dans un supermarché tu trouves les produits suivants :

A **B** **C**



Le graphique montre le prix (en francs) et le poids (en g) d'un paquet de biscuits (A), d'une tresse (B) et d'un paquet de pâtes (C).

Pour chacune des phrases ci-dessous, coche si elle est «juste» ou «fausse».

A C et B coûtent à peu près la même chose.

■ juste ■ fausse

B L'objet le plus léger est le plus cher.

■ juste ■ fausse

C Le paquet de pâtes est le plus avantageux.

■ juste ■ fausse

D Si la tresse pèse environ 500 g, les biscuits pèsent environ 500 g aussi.

■ juste ■ fausse

SOLUTION A falsch, B wahr, C wahr, D falsch

Analyse de données WE8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	Programm			
	Sport	Filme	Shows	Doku
Anja				
Bastian	x	x		
Corinne		x		
Dieter	x	x	x	x
Estelle		x	x	
Franco	x	x		x
Graziella	x	x		
Joshua	x		x	
Kerstin		x		
Ludovic		x		
Murielle	x	x	x	

5 enfants aiment autant regarder les émissions sportives que les films.

Combien d'enfants regardent les spectacles de divertissement (Shows) aussi volontiers que les documentaires (Doku) ?

SOLUTION 1 (enfant) ou Dieter

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves lisent le tableau et le commentent. Ceux qui ont des difficultés de compréhension avec cette tâche, devraient pouvoir discuter des énoncés («ne...pas», «et», «ainsi que », «ou...ou », «seulement»).

Analyse de données WE8#2 21% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M60304

Tage Jours Giorni	Erwachsene Adultes Adulti CHF	Kinder Enfants Bambini (6 - 15) CHF	Eltern Parents Genitori CHF	Kinder mit Eltern enfants avec parents bambini con genitori CHF
1	54	31		
2	95	55		
3	136	78	122	70
4	175	100	158	89
5	210	120	189	108
6	236	135	212	121
7	271	155	244	139
8	297	170	267	152
9	323	184	391	165
10	348	199	313	178
11	374	213	337	191
12	392	224	353	201
13	408	233	367	209
14	422	241	380	216
15	434	248	391	223

Est-il vrai qu'un enfant seul payera, pour 10 cartes journa-lières, à peu près autant qu'un parent qui accompagne ses en-fants et qui prend un forfait de 10 jours (3e colonne du ta-bleau)?

Justifie ton choix.

SOLUTION Es stimmt.
Begründung mit Preisangaben bzw. Berechnung oder Angabe der Preisdifferenz (3 Fr.)

10-Tageskarte für Eltern: 313 Fr. -10 einzelne Tageskarten für Kinder: 310 Fr.

APPLIQUER DES PROCÉDURES ET UTILISER DES TECHNIQUES | 8e ANNÉE

Nombres et opérations OB8#1 67% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60507

A	☐	45
B	☐	450
C	☐	4'500
D	☐	45'000
E	☐	450'000
F	☐	4'500'000

Quel est environ ton âge en jours ?

Estime et coche le nombre de jours correspondant !

SOLUTION C 4'500

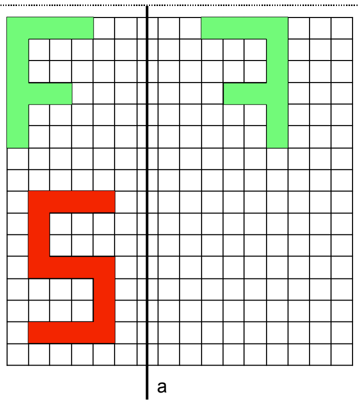
CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche exige de multiplier des nombres naturels et d'estimer ou d'arrondir des ordres de grandeurs. Les options de réponse sont différenciées par un facteur 10, on peut constater que «450 jours» serait certainement trop peu et «45 000 jours» excessif. On peut donc trouver la réponse par exclusion ou par approximation (par ex. environ 12 * 400). Les deux méthodes présupposent l'habitude des valeurs et la connaissance du nombre de jours dans une année.

*** Nombres et opérations OB8#2** 29% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61305

Il manque chaque fois un nombre dans les équations suivantes. Inscris ce nombre!			
Exemple:	100 : 4 =	……	: 12
Solution:	100 : 4 =	300	: 12
A	1'345 – 692	= ………	– 700
B	24 • 35	=	120 • ………
C	800 : 25	= ………	: 125

SOLUTION A 1'353; B 7; C 4'000; Es werden zwei richtige Lösungen erwartet.

Géométrie OB8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



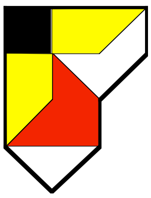
«F» a été construit par symétrie axiale par rapport à a.

Construis à ton tour de la même manière la figure «S».

SOLUTION Une figure décalée d'un carré vers la gauche ou la droite de même qu'une longueur de 3 à 5 carrés de la barre horizontale serait considérée comme correcte.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche exige de modifier la position (symétrie axiale), mais la solution est suggérée par l'exemple. La tolérance indiquée et les lignes simplifient encore davantage l'exercice.

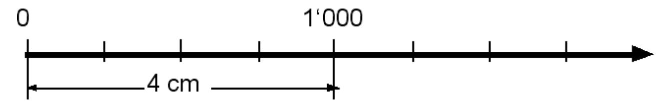
*** Géométrie OB8#2** Non testé, niveau de compétence estimé III



Combien de fois la figure complète est-elle plus grande que le carré noir (cf. illustration)?

SOLUTION 8.5 Mal (bzw. 7.5 Mal, falls das schwarze Quadrat nicht mitgezählt wird).

Grandeurs et mesures OB8#1 62% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61706



Quelle longueur auraient sur cette échelle les distances suivantes :

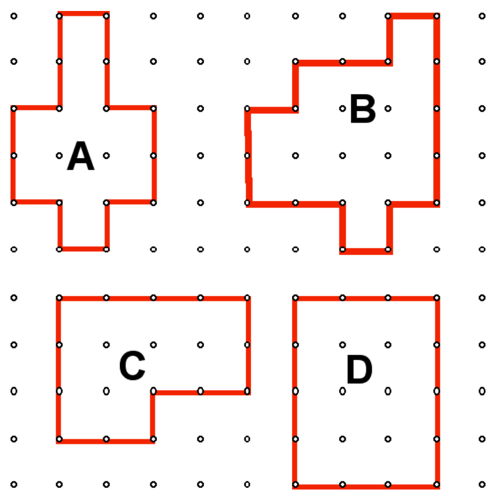
A 0 à 2'500?

B 0 à 100'000?

SOLUTION A = 10 cm (1 dm / 0.1 m) et B = 400 cm (40 dm / 4 m), une solution au moins est attendue.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche peut être attribuée à l'aspect de compétence «relations fonctionnelles». L'élève compare une longueur avec un nombre et définit la longueur correspondante pour un autre nombre.

Grandeurs et mesures OB8#2 59% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60901



La figure ayant la plus grande circonférence est :

A

B

C

D

La figure ayant la plus grande surface est :

A

B

C

D

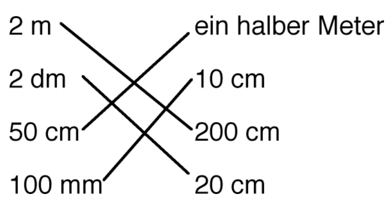
SOLUTION B / B

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'élève compare les périmètres et les surfaces de quatre figures. Il est apparu que compter dans le cas de figures de ce type pose problème pour certains élèves. En cas de difficultés, on peut inciter l'élève à définir la surface et le périmètre d'une des quatre figures. L'écart entre deux points de la grille sert de grandeur de référence et la suface du carré entre quatre points de la grille de surface de référence.

*** Grandeurs et mesures OB8#3** 36% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M61406

Trouve les grandeurs correspondantes et relie-les par un trait (se reporter à l'exemple).

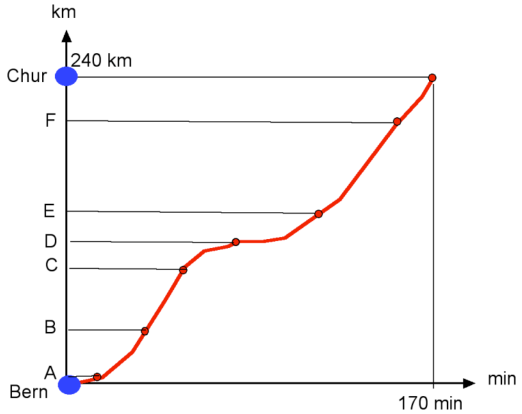
10 cm 2 mm	1200 mm
12 cm	102 mm
1.2 m	1200 cm
1 m 2 cm	102 cm
12 m	1 dm 2 cm



SOLUTION

10 cm 2 m	102 mm
12 cm	1 dm 2 cm
1.2 m	1200 mm
1 m 2 cm	102 cm
12 m	1200 cm

Fonctions OB8#1 72% de fréquence de résolution lors du test 2007 M62505



S'il faut compter près de 240 km de Berne jusqu'à Coire (Chur), combien y en a-t-il environ de F jusqu'à Coire ?

A 30 km
B 70 km
C 110 km
D 140 km

SOLUTION A = 30 km

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves interprètent un graphique simple trajet-temps, l'orientation sur l'ordonnée est suffisante. Si les indications sont interprétées correctement, on peut estimer la solution ou la déterminer en mesurant des segments – les deux approches impliquent le sens des proportions.

Fonctions OB8#2 67% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60101.2

1 kg d'abricots coûte 5 Fr.

0.5 kg coûte 2.50 Fr.

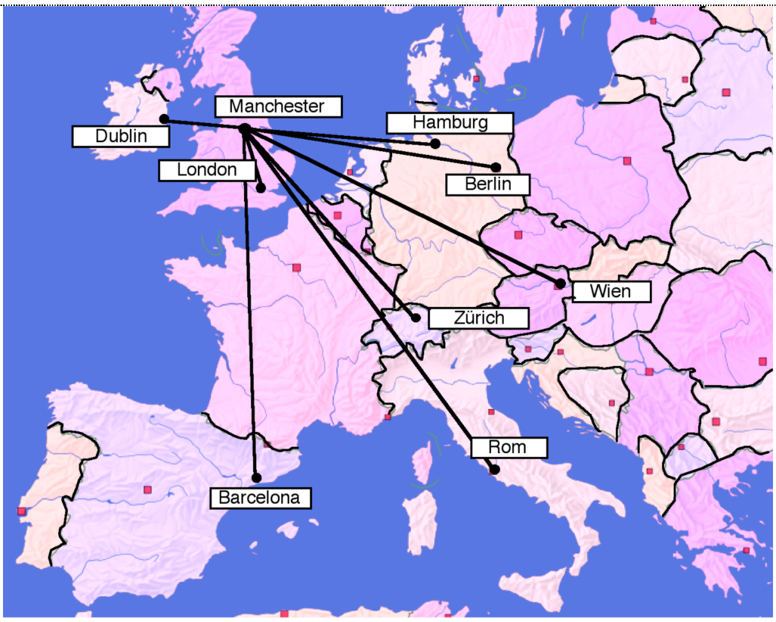
Complète les trois prix qui manquent !

kg	Fr.
1	5.00
0.5	2.50
5	……
5.5	……
4.5	……

SOLUTION 25.00, 27.50, 22.50, les trois résultats corrects sont attendus.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche demande de remplir un tableau de valeurs, ce qui présuppose la compréhension d'opérations de multiplication (•10) et d'addition (+ le prix d'une livre) en cas de relations proportionnelles.

*** Fonctions OB8#3** 36% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M61201



A vol d'oiseau, il y a envi-ron 1100 km de Manchester à Zurich.

Mesure sur le plan les tra-jets indi-qués ci-dessous et estime les di-stances réelles.

A de Manchester à Vienne

■ 1'500 km
■ 2'000 km
■ 2'500 km
■ 3'000 km

B de Manchester à Hambourg

■ 500 km
■ 800 km
■ 1'100 km
■ 1'400 km

SOLUTION Manchester - Vienne: 1500 km; Manchester - Hambourg: 800 km

---

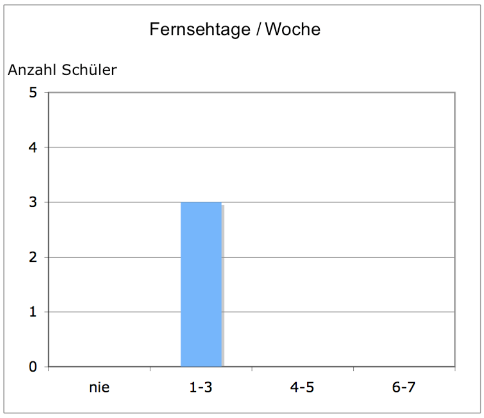
Analyse de données OB8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	Tage / Woche			
	nie	1-3	4-5	6-7
Anja	x			
Bastian		x		
Corinne		x		
Dieter				x
Estelle			x	
Franco				x
Graziella			x	
Joshua			x	
Kerstin				x
Ludovic		x		
Murielle			x	

A l'occasion d'une enquête, les élèves d'une classe de fin d'école primaire ont été interrogés sur le nombre de jours par semaine où ils regardaient la télévision.

Dans ce diagramme, tu constates que 3 élèves re-gardent la télévision entre 1 et 3 jours par semaine.

Complète le diagramme.



SOLUTION Une colonne au moins doit être ajoutée avec sa hauteur correcte au diagramme.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves complètent le diagramme à colonnes en y reportant d'autres chiffres du tableau. Si les élèves ne sont pas familiers avec ce type de représentation, ce n'est pas seulement l'aspect de compétence → «faire une opération et calculer » qui est sollicité, mais également → «Mettre sous forme mathématique et modéliser». Ce faisant, deux formes de représentations usuelles (tableau, diagramme à colonnes) sont fusionnées.

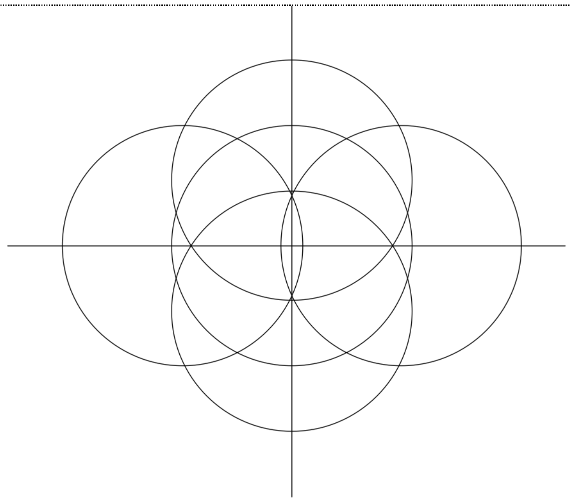
Nombres et opérations IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Calcule au moyen de la calculatrice de poche : 5.5 • (70.2 – 2.8) =

SOLUTION 370.7

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Il y a différentes méthodes pour évaluer cette expression algébrique au moyen de la calculatrice de poche – soit en calculant d'abord la différence avec la calculatrice pour la multiplier ensuite par 5.5 ou taper les touches selon la séquence indiquée, ce qui donne un résultat avec de nombreuses calculatrices de poche. Et même si les calculatrices ne sont utilisées systématiquement qu'à partir du degré secondaire I, les élèves devraient pouvoir déterminer les résultats des opérations de base au moyen de la calculatrice.

Géométrie IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



Cette figure est constituée de 5 cercles de grandeur identique.

Les deux axes de symétrie sont inscrits.

Dessine une figure avec deux axes de symétrie et quatre cercles de même grandeur.

SOLUTIONS POSSIBLES

- la figure donnée sans le cercle du milieu,
- quatre cercles sur un axe à distance égale les uns des autres,
- quatre cercles dans les angles d'un rectangle.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La résolution de la tâche exige l'utilisation ciblée du compas et de l'équerre. Cette dernière peut être employée pour dessiner des lignes à angle droit (axes de symétrie).

Grandeurs et mesures IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

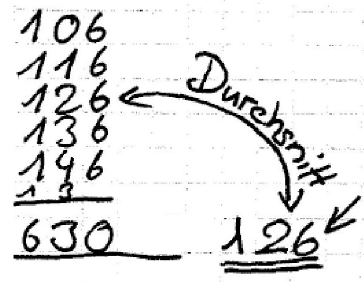
Mesure avec une règle : de quelle longueur et quelle largeur es tune feuille A4 ?	(la feuille sur laquelle est inscrit cet exercice est une feuille A4).

SOLUTION 21 cm x 29.7 cm. Avec indication de la notion de mesure, longueur et largeur avec marge de ± 0.2 cm

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Il faut présupposer la compréhension de concepts comme longueur et largeur (→ «savoir, reconnaître et décrire» dans le domaine «Forme et espace»). Par conséquent, l'exercice teste en premier lieu le soin dans le maniement d'un instrument de mesure.

FORMULER ET REPRÉSENTER | 8e ANNÉE

Nombres et opérations IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



Anja a calculé la somme de cinq nombres.

Que veut-elle dire avec la flèche et le terme de „moyenne“ («Durchschnitt») ?

SOLUTION La solution s’exprime par l’une des possibilités suivantes :

- 630 : 5 = 126 ou 126 • 5 = 630.
- 126 est le nombre du milieu (respectivement la moyenne) des cinq nombres.
- la somme peut être calculée en multipliant 126 par 5.
- ou d’autres solutions du même type.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'élève met en oeuvre la représentation d'Anja et est en mesure de l'expliquer. Si le concept «moyenne» n'est pas suffisamment consolidé, il peut être déduit du contexte.

Grandeurs et mesures IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

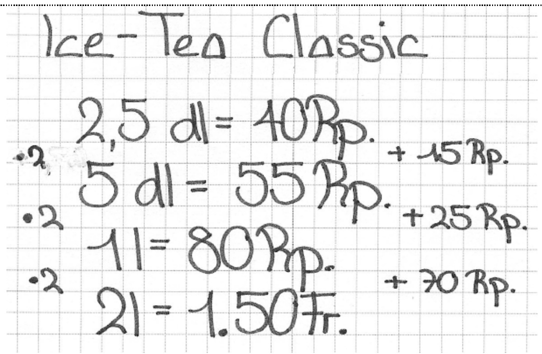
Dessine une esquisse de ton pupitre.

Indique sur ton dessin la longueur et la largeur du pupitre.

SOLUTION Plusieurs solutions possibles. L’esquisse peut être approximative, mais le rapport des dimensions entre elles doit être réaliste.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE On attend la réalisation d'une esquisse compréhensible d'un objet (bureau) avec des indications de mesure. Par conséquent, il faut avoir bien mesuré le bureau, dessiné un rectangle (avec une éventuelle ligne médiane) et donné des indications de mesure.

Fonctions IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



Madeleine a pris note des prix du thé glacé dans un discount (Rp signifie Centimes).

Que veut-elle indiquer par les chiffres ajoutés à gauche et à droite du tableau ?
(•2 et + 15 Rp., + 25 Rp. + 70 Rp.)

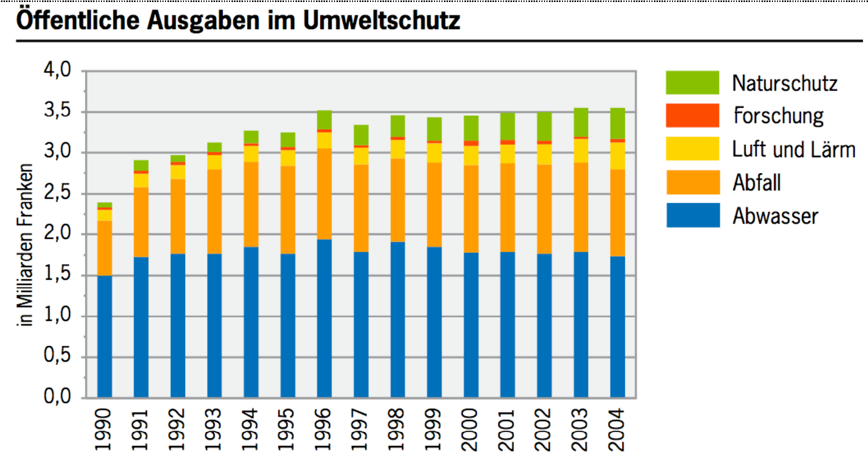
SOLUTION - à gauche est doublé le volume (le contenu, la quantité ou toute notion équivalente) alors qu’à droite est adapté le prix (en centimes),

- ou : c’est doublé à gauche mais pas à droite,
- ou : de plus grosses quantités sont plus avantageuses,
- ou d’autres formulations équivalentes.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cet exercice, il ne s'agit pas de fabriquer une représentation, mais d'interpréter une représentation. Les informations exposées sont simples et peuvent être déduites dans l'illustration, même sans faire appel aux opérateurs.

Analyse de données IWV8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Dépenses publiques (en milliards de francs) pour la protection de l'environnement



Pour lesquelles des cinq aspects spécifiques mentionnés les dépenses sont-elles les plus élevées ?

A Protection de la nature (v)

B Recherche (rouge)

C Air et bruit (jaune)

D Déchets (orange)

E Eaux usées (bleu)

SOLUTION E (eaux usées)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche teste la capacité de lire des présentations statistiques courantes et d'en déduire des énoncés simples. Dans l'esprit de favoriser l'apprentissage, il est indiqué de déduire une très grande variété d'énoncés à partir de ces représentations. Si, en revanche, des exercices de ce type sont proposés dans le cadre d'un test, il est difficile d'évaluer les solutions, raison pour laquelle on a privilégié les questions plutôt fermées.

MODÉLISER | 8e ANNÉE

Nombres et opérations MM#1 75% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61606

Pour l'opération 52 • 60 valent les caractéristiques suivantes :

- Les deux facteurs sont plus grands que 50.
- Le produit (le résultat) se situe entre 3'000 et 10'000.
- Le produit (le résultat) est pair.

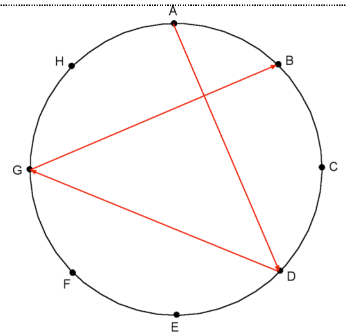
Y a-t-il une autre multiplication pouvant regrouper de telles caractéristiques ?

……… • ………

SOLUTION Les deux facteurs sont supérieurs à 50, au moins l'un des deux est pair et le produit se situe dans l'ordre de grandeur donné.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves cherchent les facteurs qui remplissent les conditions posées. La résolution de l'exercice exige simplement de modifier un des facteurs de façon à ce que les conditions soient encore remplies. Bien entendu, les deux facteurs peuvent être modifiés. Il est souvent nécessaire de construire une équation pour résoudre les exercices d'estimations artihmétiques. Dans le cas présent, ce n'est pas nécessaire.

*** Nombres et opérations MM#2** 23% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M62304.1



Une puce saute toujours de la même manière au-tour d'un cercle: elle part de la lettre A, saute en D, puis en G, puis en B, et ainsi de suite.

a) Après avoir effectué son 17e saut, sur quelle lettre se trouvera la puce?

b) Après avoir effectué son 3’200e saut, sur quelle lettre se trouvera la puce?

Explique comment tu as fait pour déterminer où se trouve la puce!

SOLUTION A: Auf D; B: Auf A
Für Kompetenzniveau III werden korrekte Ergebnisse für A und B verlangt, jedoch nicht unbedingt eine schlüssige Erklärung.

Géométrie MM8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Plan de construction 1

Note dans le premier plan de construction les chiffres correspondant à l’illustration 1. L’exemple qui t’est donné sur la droite te montre le plan correspondant à l’illustration 2.

Plan de construction 2

2	4	1	
	2	1	1

Illustration 1

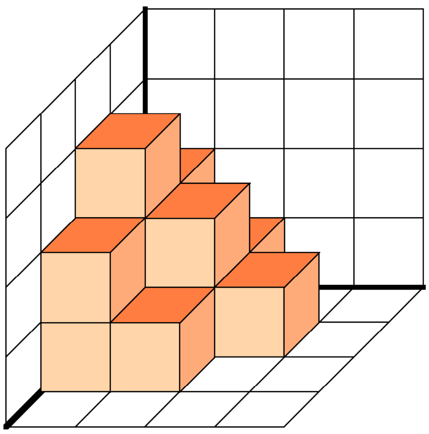
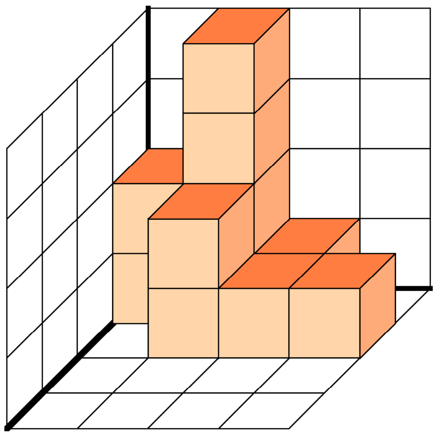


Illustration 2

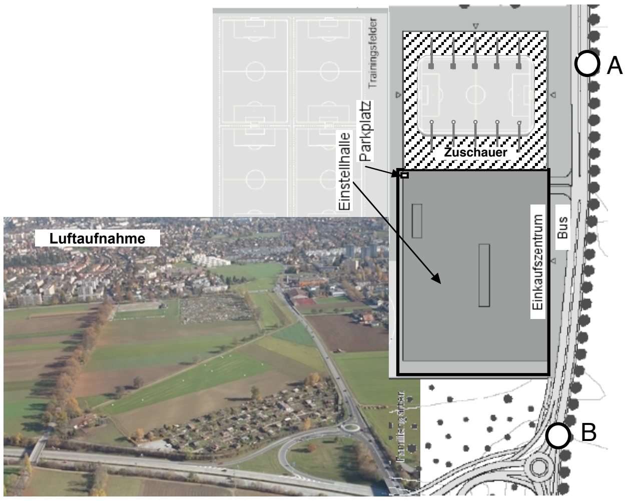


SOLUTION 2, 1, (0, 0) / 3, 2, 1, (0) / 2, 1, (0, 0) / (0, 0, 0, 0)
Remarque : les champs qui ne contiennent pas de cube ne doivent pas être marqués par un

zéro.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves reportent des figures simples dans un plan de 4 x 4 champs. L'exemple montre le type de codage à utiliser, de manière à ce que le nombre „d'étages" dans un champ donné soit inscrit au moyen d'un nombre dans la bonne case du plan.

*** Géométrie MM8#2** Non testé (niveau de compétence estimé II)



En mars 2006, à Thoune, le peuple a rejeté les plans d'un nouveau stade de football.

L'image à droite montre le terrain ainsi que le plan du nouveau stade.

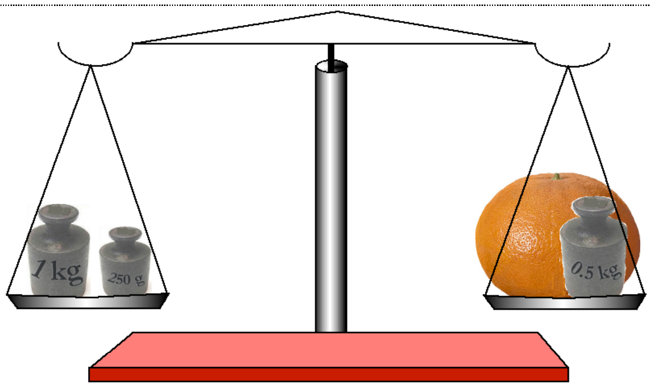
L'emplacement du parking est sous le centre commercial (entouré d'un trait noir épais). Une place de stationnement est déjà dessinée.

La surface de jeu (en gris clair sur le stade) mesure environ 100 m de long et 70 m de large.

Dessine sur la vue aérienne l'emplacement prévu pour le stade de football et le centre commercial.

SOLUTION Es wird ein Rechteck eingezeichnet, alle Eckpunkte liegen innerhal des Trapezes, das die 4 Strassenabschnitte bilden. Die Länge des Rechtecks ist parallel zur von unten rechts nach oben Billdmitte verlaufenden Strasse.

Grandeurs et mesures MM8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



La balance est en parfait équilibre.

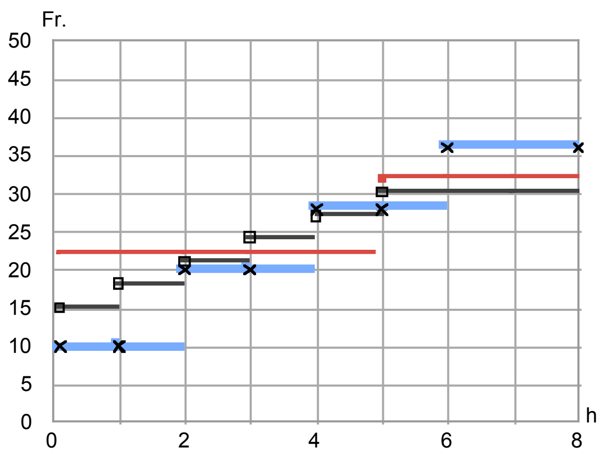
Les trois poids de métal pèsent respectivement 1 kg, 250 g et 0.5 kg.

Combien pèse le grapefruit ?

SOLUTION 0.75 kg, 0.750 kg ou 750 g

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche est en général résolue avec succès si les élèves savent que 1 kg = 1000 g, ils sont dès lors capables d'interpréter l'illustration. Puisque la balance est en équilibre, le poids est donc identique de chaque côté et équivaut à 1250 g. Par conséquent, le grapefruit doit peser 750 g.

Fonctions MM8#1 73% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60306

 *Prix des remontées mécaniques* En quelles couleurs sont représentées les trois stations de sports d'hiver sur ce graphique	A. Les belles Noires 1 h 2 h 3 h 4 h 5 h 6 h 10.– 20.– 20.– 28.– 28.– 36.– ☐ bleu ☐ noir ☐ rouge B. Divertimento bianco 1 h 2 h 3 h 4 h 5 h 6 h 22.– 22.– 22.– 22.– 32.– 32.– ☐ bleu ☐ noir ☐ rouge C. Paradis des neiges 1 h 2 h 3 h 4 h 5 h 6 h 15.– 18.– 21.– 24.– 27.– 30.– ☐ bleu ☐ noir ☐ rouge

SOLUTION A bleu (graphique avec des croix); B rouge (deux niveaux avec des points); C noir (en escalier)

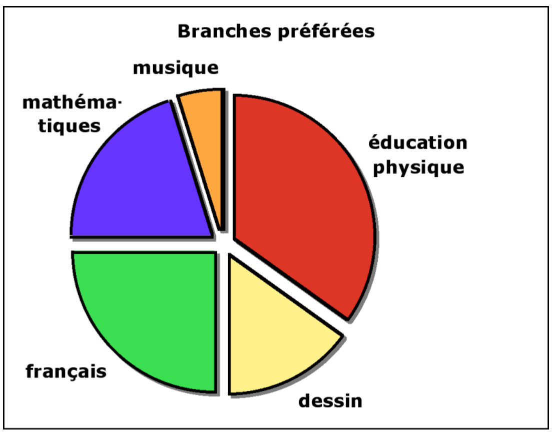
CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves se font une idée des relations fonctionnelles entre le nombre d'heures et le prix pour ensuite les rapprocher du graphique. On peut prendre en compte le nombre de niveaux de prix ou la taille des écarts de prix (par ex. «Les belles Noires» est le plus cher → bleu; «Schneeparadies» a le plus de niveaux de prix → noir; «Divertimento» n'en a que deux → rouge; petits écarts de prix → noir; …). -Remarque: le graphique devrait être remanié à l'occasion d'un nouveau test.

***Fonctions MM8#2** 26% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M61502

6 cornettes pèsent 1 gramme. 500 g de cornettes représentent 6 portions.
Combien de cornettes y a-t-il dans une portion ?

SOLUTION 500

Analyse de données MM8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	Les vingt élèves d'une classe ont indiqué leur branche préférée. Les disciplines citées sont représentées sur ce graphique. Rebecca und Claudine viennent s'ajouter à la classe et ont indiqué leur préférence pour la musique. Il s'agit maintenant d'adapter le diagramme à un groupe de 22 élèves : A quelles surfaces vont devoir s'agrandir ? B quelles surfaces vont rester identiques ? C quelles sont celles qui diminuent ?

SOLUTION Pour le niveau de base, la question A (= musique) au moins doit être traitée correctement.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'information que la branche préférée de deux autres enfants est la musique rend une nouvelle représentation nécessaire. Pour répondre à la question A, il suffit d'être conscient de l'importance de la surface des différents secteurs.

Les questions B et C exigent des notions sur les fréquences relatives, du moins à un niveau propédeutique. Ce sujet est repris de différentes façons au degré secondaire I.

Grandeurs et mesures MM8#2 25% de fréquence de résolution M61403.2

Tous les jours, Marie se brosse les dents pendant 3 minutes, matin, midi et soir.
Elle utilise chaque fois 1,2 cm de dentifrice sur sa brosse à dents.

Si le tube de dentifrice de 140 grammes coûte CHF 2,80, et permet d'obtenir un «boudin» de 180 cm, au bout de combien de jours Marie devra-t-elle se racheter un nouveau tube de dentifrice?

SOLUTION Es wird eine vollständige Lösung (mit 50 Tagen als Ergebnis) verlangt.

ARGUMENTER ET JUSTIFIER | 8e ANNÉE

Nombres et opérations AB8#1 74% de fréquence de résolution lors du test 2007 (pour la Suisse alémanique)M60204

Justifie pourquoi l'affirmation suivante est correcte :
«Si la somme de deux nombres est supérieure à 100, alors l'un au moins des deux nombres est supérieur à 50 !»

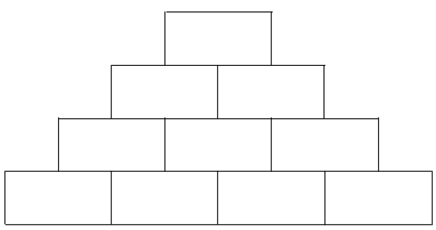
SOLUTION Justification indirecte: quand deux nombres ne dépassent pas 50 (ou la moitié de 100), la plus grande somme possible est 50 + 50 = 100 (49 + 49 = 98 est accepté également).

Ou: quand deux nombres sont inférieurs (pas supérieurs) à 50, la somme maximale est 98 (100).

Ou: justifications du même ordre.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'énoncé de la tâche peut être étayé par des exemples concrets. Les connaissances arithmétiques nécessaires sont un prérequis à ce niveau.

*** Nombres et opérations AB8#2** 17% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M62101.3



En plaçant dans un certain ordre les nombres 1, 2, 3, 4 à la base de la pyramide, examine s'il est possible d'obtenir le nombre 19 au sommet de la pyramide.

Explique pourquoi c'est possible ou impossible.

SOLUTION Pour le niveau III8, on attend les réponses suivantes:

- Il ne peut y avoir que des nombres pairs au sommet de la pyramide.
- OR: Les nombres au sommet de la pyramide vont de deux en deux.
- OR: Tous les nombres pouvant figurer au somme de la pyramide ont été trouvés (16, 18, 20, 22, 24) .

Grandeurs et mesures AB8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Violette pense que, en Australie, une seconde dure plus longtemps qu'en Suisse. Pourquoi est-ce très discutable?

SOLUTION Une raison valable au moins doit être donnée. Motifs possibles :
- pour calculer le temps, une seconde doit avoir partout la même durée,
- les échelles de durée font consensus dans le monde entier,
- une minute compte partout 60 secondes,
- une journée a la même durée en Australie qu'en Suisse,
- on ne pourrait pas s'entendre sur les notions de temps,
- la conversion d'une seconde dans une autre serait pénible,
- on devrait fabriquer d'autres montres pour les Australiens,
- ou toute autre bonne raison valable ...

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE C'est un fait entendu que la notion du temps est valable dans le monde entier. Les élèves sont invités à citer ou à relever une raison au moins qui explique pourquoi ceci a dû être convenu.

*** Grandeurs et mesures #2** 40% de fréquence de résolution, niveau de compétence II M61102

10 cahiers ayant chacun 32 pages pèsent ensemble 1 kg. Virginie estime le poids d'une page à environ 1 g. Jules, lui, pense qu'une page est nettement plus lourde qu'1 g. Qui a raison et pourquoi?

SOLUTION Wanja hat recht. Die Begründung erfolgt entweder rechnerisch (z.B. 1 kg : 320 > 1)
Oder: argumentativ mit einem Vergleich zwischen Anzahl g (1000) und Anzahl Seiten (320).

*** Grandeurs et mesures AB8#3** 26% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M61103

A la naissance, les bébés mesurent environ 50 cm. De combien de centimètres environ les enfants grandissent-ils chaque année jusqu'à l'âge de 12 ans? Coche la réponse la plus proche de la réalité et explique pourquoi.	A B C D	■ ■ ■ ■	2 cm 4 cm 9 cm 14 cm

SOLUTION C 9 cm Und eine Begründung:
Bei einem Wachstum von 9 cm / Y erreichen Kinder eine für 12 jährige häufige Grösse von 158 cm.
Oder A und B ist zu klein, D zu gross.

Fonctions AB8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Ice-Tea Classic 2,5 dl = 40Rp. ·2 5 dl = 55Rp. +15 Rp. ·2 1l = 80Rp. +25 Rp. ·2 2l = 1.50Fr. +70 Rp.	Pour une fête d'anniversaire, tu achètes dans un supermarché 4 l de thé glacé. Combien vas-tu dépenser sur la base de la notice de Madeleine si tu souhaites trouver la solution la meilleur marché ? Justifie ta réponse !

SOLUTION 3 Fr., en justifiant le prix ou l'emballage choisi.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche demande de prendre une décision d'achat sur la base de la comparaison entre les prix et de la justifier. Il faut analyser et comparer les différents formats d'emballage entre eux.

***Fonctions AB8#2** 44% de fréquence de résolution, niveau de compétence II M61102

Cinq personnes préparent de l'eau sucrée. Quelle personne a préparé l'eau la plus sucrée? Justifie ta réponse.	Amélie met 15 grammes de sucre dans 6 décilitres d'eau. Bertrand met 20 grammes de sucre dans 10 décilitres d'eau. Claudine met 10 grammes de sucre dans 3 décilitres d'eau. Daniel met 25 grammes de sucre dans 12 décilitres d'eau. Etienne met 5 grammes de sucre dans 2 décilitres d'eau.

SOLUTION Es werden Verältnisse für den Korrigierenden sichtbar Verhältnisse untersucht.
Es wird angegeben, dass Claudine das Claudine das süsseste Wasser zubereitet hat.

***Fonctions AB8#3** 25% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M61804

Dans chacun de ces pays, on peut gagner à un concours 1 000 000 dans la monnaie locale. Dans lequel préférerais-tu gagner le million? Pourquoi?	Cours du change 1 EURO coûte 1.50 CHF (Francs suisses) 1 EURO coûte 1.25 $ (Dollars américains) 1 EURO coûte 0.75 £ (Livres anglaises) 1 EURO coûte 200 ¥ (Yens japonais) 1 EURO coûte 8 NOK (Couronnes norvégiennes)

SOLUTION In England. Und Begründung:
1'000'000 hat in England am meisten Wert.
Oder: Andere einleuchtende Begründungen, z.B. durch Umrechnen in CHF.

Analyse de données AB8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	4 P	3 P	2 P	1 P	0 P
Sport	7	2	4	3	4
Gestalten	3	8	2	5	2
Deutsch	5	5	3	2	4
Mathematik	4	2	3	4	7
Musik	1	1	8	6	3

Les 20 élèves d'une classe sont invités à attribuer de 4 à 0 points aux disciplines scolaires Sport, Dessin, Français, Mathématiques et Musique.

La branche préférée obtient 4 points et la moins aimée 0 point (4P, 3P, 2P, 1P ou 0P).

4 élèves aiment particulièrement les mathématiques et 7 pas du tout.

Laquelle des quatre filles argumente de manière plus maladroite ? Coche la bonne réponse :

- Anna: le sport est la branche préférée parce que les élèves le mettent le plus souvent en tête.
- Bettina: la musique est la branche préférée parce qu'elle a obtenu plus souvent 2 points que toutes les autres.
- Claudia: le français (Deutsch) est la branche préférée parce qu'il a obtenu le moins souvent 1 ou 0 point.
- Désirée: le dessin (Gestalten) est la branche préférée parce qu'il a été choisi 11 fois avec 4 ou 3 points.

SOLUTION Bettina

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'exercice peut être attribué à l'aspect de compétence «Interpréter et analyser des résultats». Sur la base des indications dans le tableau, les élèves sont appelés à déduire la branche préférée et à justifier leur conclusion. Ce n'est pas la branche sélectionnée qui est décisive, mais la capacité à étayer son choix par des arguments.

*** Analyse de données AB#2** Non testé (niveau de compétence estimé II)

	4 P	3 P	2 P	1 P	0 P
Sport	7	2	4	3	4
Gestalten	3	8	2	5	2
Deutsch	5	5	3	2	4
Mathematik	4	2	3	4	7
Musik	1	1	8	6	3

Education physique
Dessin
Français
Mathématiques
Musique

On a demandé aux 20 élèves d'une classe d'évaluer à l'aide de points (4 P, 3 P, 2 P, 1 P ou 0 P) les branches éducation physique, dessin, français, mathématiques et musique, de leur branche préférée (4 P) à celle qu'ils aimaient le moins (0 P).

4 enfants aiment tout particulièrement les mathématiques, 7 les détestent.

Quelle est selon toi la branche préférée de la classe? Justifie ta réponse.

SOLUTION Il faut donner des raisons pour l'éducation physique, le dessin ou le français. On aurait aussi pu classer cette tâche dans la catégorie Analyser, interpréter des résultats.

Nombres et opérations IR8#1 72% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61004

Il manque un chiffre dans cette multiplication. Quel chiffre remplace le «Δ»?

$3\Delta \bullet 41 = 1'558$

$\Delta =$ ☐

SOLUTION 8. Les solutions avec le nombre 38 au lieu du chiffre 8 sont également considérées comme correctes.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Il faut décomposer 1’558 en facteurs à deux chiffres pour aboutir à la solution ?? • ??, trois sur quatre chiffres sont déjà donnés. Il n'y a qu'une seule possibilité pour obtenir dans le produit le chiffre final 8:?x • ?1 = ???8 – le nombre recherché doit être un 8. Quelques élèves ont certainement résolu l'exercice au moyen d'opérations (divisions) mais cette information n’a pas été prélevée.

Nombres et opérations IR8#2 63% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61604

Annalena utilise toujours la même méthode pour faire des multiplications.
Lesquels de ses calculs sont «corrects», lesquels «faux»?

A	3 • 1.02 = 3.06	☐ correct	☐ faux
B	2 • 4.3 = 8.6	☐ correct	☐ faux
C	5 • 2.3 = 10.15	☐ correct	☐ faux
D	6 • 3.6 = 18.36	☐ correct	☐ faux

SOLUTION A correct, B correct, C faux, D faux

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Pour juger de la possibilité d'utiliser la méthode d'Annalena dans le cadre de ces quatre tâches, il suffit de vérifier les résultats en refaisant les calculs. La possibilité de l'applicabilité générale de la méthode doit être comprise pour pouvoir en juger, il en va de même pour produire des exemples.

*** Nombres et opérations IR8#3** 37% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M61604

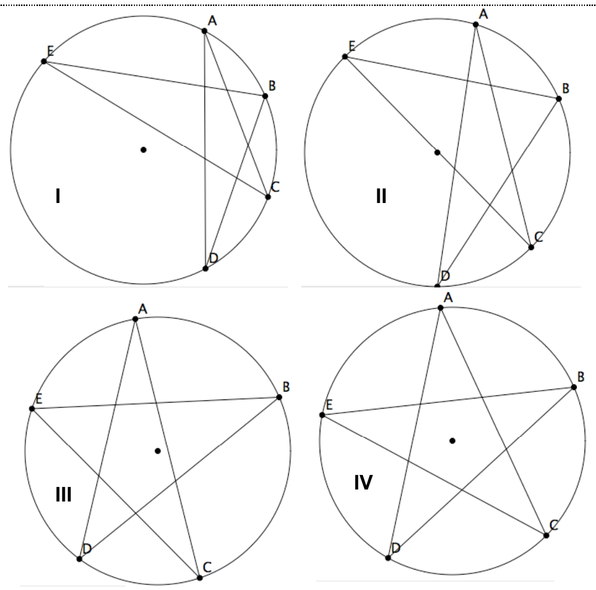
Caroline a effectué ce calcul : 5.3 • 4.12 = 20.36

selon toi …

A ■ Le calcul est juste car 5 x 4 = 20 et 3 x 12 = 36
B ■ Le calcul est juste car le résultat se termine par 6, puisque 6 = 3 x 2
C ■ Le calcul comporte une erreur car le résultat est plus grand que 21
D ■ Le résultat est faux : 0,3 x 0,12 = 0,036. Donc, le résultat devrait être 20,036.

SOLUTION C

Geométrie IR8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



Est-il possible, avec une étoile de ce type, que les angles A, B, C, D et E soient de même taille ? Coche la bonne réponse.

A Non, ce n'est pas possible, parce que toutes les lignes ont une direction différente.

B Non, ce n'est pas possible, parce que les droites changent quand on tourne la figure.

C Oui, c'est possible. La distance entre les points sur le cercle doit toujours être de même grandeur.

D Oui, c'est possible. Mais ce serait un hasard que tous les points se retrouvent sur le même cercle.

SOLUTION C

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cet exercice est centré sur une affirmation ou une question à laquelle on peut répondre à l'aide des figures ci-dessus. A la différence des tâches sur «Argumenter et justifier», les élèves partent des esquisses et résultats disponibles et procèdent à leur interprétation. La figure IV illustre l'affirmation C.

Grandeurs et mesures IR8#1 76% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60105

Stéphane achète un bocal contenant 500 g de miel suisse.

Il pose le bocal encore plein et bien fermé sur une balance digitale.

Elle indique un poids de 0,609 kg.

Combien pèse à peu près le bocal vide?

A ☐ 10 g

B ☐ 110 g

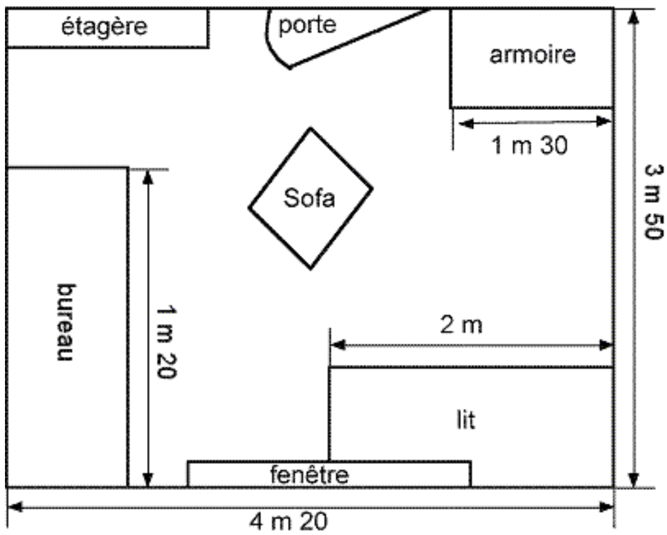
C ☐ 190 g

D ☐ 609 g

SOLUTION B

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Sur la base des indications (mesurées), on peut conclure l'affirmation correcte sur le poids de l'emballage (l'emballage pèse environ 110 g). Pour arriver à répondre correctement, il faut comprendre le texte et l'indication de mesure 0.609 kg.

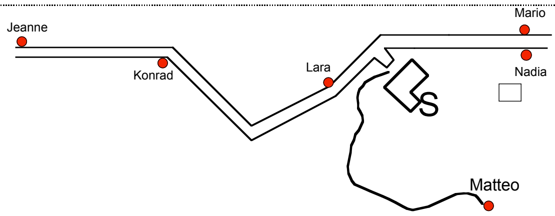
*** Grandeurs et mesures IR8#2** 31% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M61105



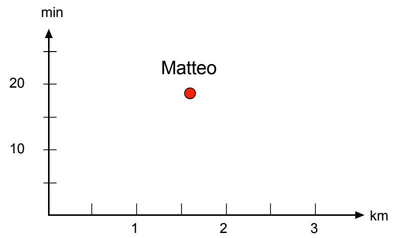
Marina fait un croquis de sa nouvelle chambre. Pour un des meubles repré-sentés, elle a clairement commis une erreur. Laquelle?

SOLUTION Die Länge für den Schreibtisch (1 m 20 cm) kann nicht stimmen
Oder: Der Schreibtisch wurde falsch eingezeichnet.

Fonctions IR8#1 74% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60403



A quoi voit-on que Matteo vient vraisemblablement à pied à l'école (S) ?



SOLUTION Il a besoin de beaucoup de temps pour son trajet ou bien il va aussi vite que le plus lent des élèves ou bien 1.5 km en 20 Minuten correspond à un trajet pédestre.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'affirmation (Matteo vient à pied) doit être confirmée sur la base de la comparaison entre les différents itinéraires et durées du trajet. Différentes possibilités sont envisageables. Cette tâche était placée avec beaucoup d'autres dans un environnement de test – ici elle paraît un peu isolée. Une solution hors de ce contexte est donc plus difficile à trouver.

Fonctions IR8#2 86% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60102

P	J
2	18
3	27
4	36
5	45
6	54
7	63
8	72
9	88
10	97

Il y a toujours 9 yoghourts (J) par emballage (P).

Paolo établit un tableau à ce sujet.

Monika prétend que ce tableau comporte des erreurs.

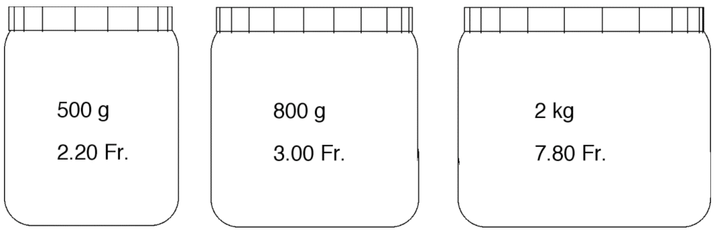
Lequel a raison ? pourquoi ?

SOLUTION Monika a raison. L'une au moins des dernières valeurs mentionnées est fausse.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves contrôlent un tableau de valeurs où les attributions sont proportionnelles. Dans les premières lignes, le facteur de proportionnalité est 9, dans les deux dernières, l'attribution est plutôt le fruit du hasard.

***Fonctions IR8#3** 32% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M60106

La pâte à tartiner favorite de la famille Pochon existe en pots de 500 g, 800 g et 2 kg.



Quel pot doit acheter M. Pochon s'il veut être le plus économe possible?

A ■ impossible à dire
B ■ 500 g
C ■ 800 g
D ■ 2 kg
E ■ 800 g ou 2 kg, cela revient au même

SOLUTION C

Analyse de données IR8 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	Programm			
	Sport	Filme	Shows	Doku
Anja				
Bastian	x	x		
Corinne		x		
Dieter	x	x	x	x
Estelle		x	x	
Franco	x	x		x
Graziella	x	x		
Joshua	x		x	
Kerstin		x		
Ludovic		x		
Murielle	x	x	x	

Les élèves ont indiqué quel type d'émissions de tv ils préfèrent (Shows = spectacles de divertissement, Doku = documentaires)

Artan établit d'abord un tableau, puis une liste où figurent dans l'ordre ceux qui regardent le plus la télévision.

Peut-il le faire ?

SOLUTION Non, on ne peut pas l'estimer. Le tableau indique les préférences, mais ne donne aucune notion de temps.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La décision de comprendre la durée de la consommation télévisuelle à partir du tableau (et d'en déduire un «hit-parade») doit être vérifiée et interprétée sur la base des données existantes. Des élèves prêts à le faire peuvent être encouragés à calculer la durée hebdomadaire passée devant la télévision.

EXPLORER ET ESSAYER | 8^{e} ANNÉE

Nombres et opérations EE8#1 81% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60202

Exemples : 123 + 456 = 579
231 + 564 = 795

Construis, avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6, deux nombres de trois chiffres et additionne-les.

La somme doit être plus grande que 900. Tu ne peux utiliser qu'une seule fois chaque chiffre.

……… + ……… = ………

SOLUTION Parmi les solutions possibles :
- les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ne sont employés qu'une fois,
- l'addition est constituée de deux nombres à trois chiffres,
- la somme est supérieure à 900 et calculée correctement.

Exemples : 412 + 536 = 948 / 631 + 542 = 1173

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les exemples mettent en lumière la structure de l'exercice. Une variation ciblée des chiffres doit permettre aux élèves, en additionnant correctement les termes, d'arriver à une somme supérieure à 900.

Nombres et opérations EE8#2 70% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61601

Ecris tous les chiffres entre 21.3 et 21.5, que tu peux former avec les chiffres 1, 2, 3, 4.
En utilisant exclusivement deux chiffres après la virgule.
Exemples : 21.31 21.33

SOLUTION Quatre exemples au moins en plus des chiffres déjà cités doivent être fournis pour le niveau de base.

Tous les nombres inscrits remplissent les deux conditions.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche a pour objet la formation et la variation de chiffres décimaux sur la base de structures et critères préindiqués. Dans l'ensemble, dix nombres (21.31; 21.32; 21.33; 21.34; 21.35; 21.41; 21.42; 21.43; 21.44; 21.45) correspondent aux critères. Le fait que l'on ne demande que quatre nombres qui n'ont pas été cités dans l'exemple peut permettre également une démarche non systématique d'aboutir au bon résultat.

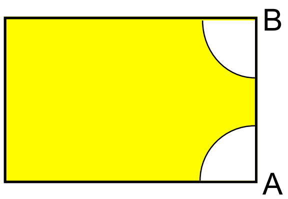
*** Nombres et opérations EE8#3** 45% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M60804

Forme des nombres décimaux avec 1 chiffre après la virgule, composés des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 en utilisant chaque chiffre une fois seulement.
Exemples: 1324,5 2315,4

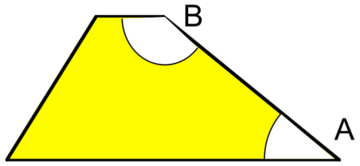
Note tous les nombres possibles entre 4'300 et 4'400. Remarque : il y en a moins de 10.

SOLUTION 4312.5 4315.2 4321.5 4325.1 4351.2 und 4352.1
Es werden maximal 8 Zahlen akzeptiert (wovon ja genau 6 richtig sein müssen).

Géométrie EE8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



Exemple



Contre-exemple

Dans certains quadrilatères, les 4 angles sont égaux.

On peut donner un exemple et un contre-exemple de cette assertion (voir croquis).

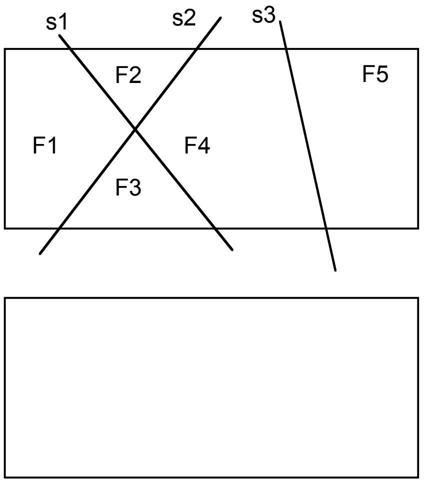
Deux cercles peuvent avoir deux points d'intersection.

Dessine un exemple et un contre-exemple.

CRITERE Un exemple et un contre-exemple sont donnés dans un dessin ou un croquis.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La relation entre deux cercles est variable. Les élèves doivent dessiner deux cercles et examiner leurs éventuelles intersections. La difficulté pour de nombreux élèves tient probablement à la compréhension de l'exercice plutôt qu'à la recherche d'intersections. L'exemple liminaire sur les angles dans les quadrilatères devrait expliquer en quoi consiste l'exercice.

*** Géométrie EE8#2** Non testé (niveau de compétence estimé II)

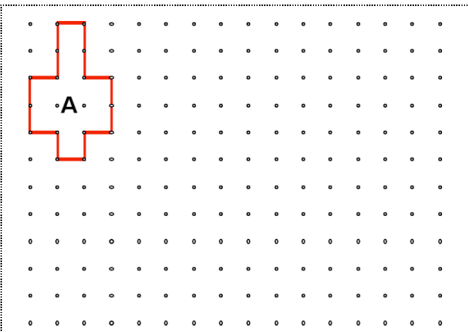


Ce quadrilatère est subdivisé en 5 zones par 3 droites (s1, s2, s3).

Dessine dans le rectangle inférieur 4 droites de manière à subdiviser le rectangles en 10 ou 11 zones. Numérote les droites et les zones.

SOLUTION Individuell. Es sind maximal 11 Flächen möglich.

Grandeurs et mesures EE8#1 71% de fréquence de résolution lors du test 2007 M60601

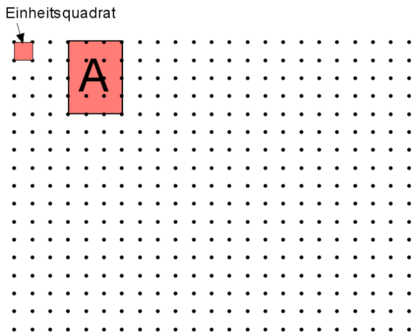


Dessine une deuxième figure, ayant la même aire que la figure A, mais avec une forme différente.

SOLUTION On dessine une figure A non congruente avec l'aire 9 et on peut compter les carrés avec la grille.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche peut également être attribuée au domaine «Forme et espace». Elle incite à explorer les figures ayant la même surface (que l'on peut compter). Ce faisant, les figures peuvent être dessinées sur la grille et par conséquent être contrôlées.

Grandeurs et mesures EE8#2 73% de fréquence de résolution lors du test 2007 M62407



La figure A a une surface de 12 unités carré.

Dessine dans ce tableau une figure de 50 unités carré.

SOLUTION Rectangle avec côtés de 5 • 10 unités carré ou rectangle avec 12.5 • 4 unités carré
Ou toute autre figure mesurable avec une surface de 50.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche peut également être attribuée au domaine «Forme et espace». A l'instar de la tâche précédente, les élèves dessinent une figure selon une surface indiquée. En fonction des expériences réalisées avec le calcul de surface, on peut également attribuer cet exercice à l'aspect de compétence «Faire des opérations et des calculs».

*** Grandeurs et mesures EE8#3** 34% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M61702

Tu doubles la longueur d'un rectangle.

Que peut-on dire du rectangle modifié ?

A ■ L'aire et le périmètre sont tous les deux doublés.

B ■ L'aire double, le périmètre augmente.

C ■ Le périmètre double, la surface augmente.

D ■ L'aire et le périmètre augmentent mais on ne peut pas dire de combien.

SOLUTION B

Fonctions EE8#1 79% de fréquence de résolution lors du test 2007 M61505.1

Il y a 500 g de cornettes dans un paquet.

6 cornettes pèsent 1 g.

Pour une portion, il faut 100 g de cornettes.

Une portion de cornettes cuites pèse 300 g.

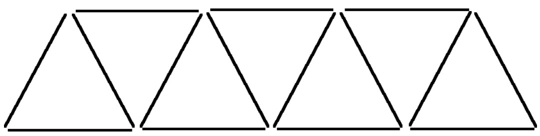
Sur la base de ces informations, invente un problème et résous-le.

SOLUTION Il faut remplir au moins trois des critères suivants:

- un exercice sur les cornettes a été formulé,
- on peut résoudre un exercice au moyen des indications dans le texte,
- un exercice contient au moins une indication du texte,
- la solution est correcte.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Le fait de formuler explicitement un exercice présuppose que les élèves peuvent entrer dans le contexte fonctionnel et y trouver une relation appropriée après avoir fait quelques expériences. C'est ce qui confère à cette tâche un caractère exploratoire.

***Fonctions EE8#2** 29% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M62501.2



Pour faire une ligne de 7 triangles, il faut 15 allumettes.

Combien faut-il d'allumettes pour faire une ligne de 20 triangles?

Explique comment tu as trouvé :

SOLUTION 41 allumettes ET explication

- Doubler le nombre de triangles et ajouter 1. OR
- 2x+ 1 (OR 2 • triangles + 1 OR 2 • n + 1 OR 2 + 1 / …) OR
- Formule équivalente, par ex. 3+ 2(x – 1) OR
- Formulations synonymes ou similaires

Analyse de données EE8#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Tu tires 3 cartes dans un jeu de 36 cartes.

Qu'est-ce qui serait le plus vraisemblable ?

A les trois cartes sont rouges
B deux cartes (ou toutes les trois) ont la même valeur (par exemple deux 10)

Tente l'expérience au moins 40 fois et donne ta réponse.

SOLUTION La réponse se fonde sur l'expérimentation. Les probabilités sont, d'un point de vue théorique :
A: 4/35 (entre 1/8 et 1/9)
B: env. ¼. Avec quarante essais, B devrait se présenter plus souvent, mais la réponse A pourrait aussi apparaître sur la base de l'expérience.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves effectuent des expériences au hasard avec le jeu de cartes, consignent les résultats et, après un nombre suffisant d'essais, essaient de comparer la probabilité des deux événements demandés. En raison du caractère ludique, cet exercice ne se prête pas à toutes les situations de test.

Analyse de données EE8#2 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

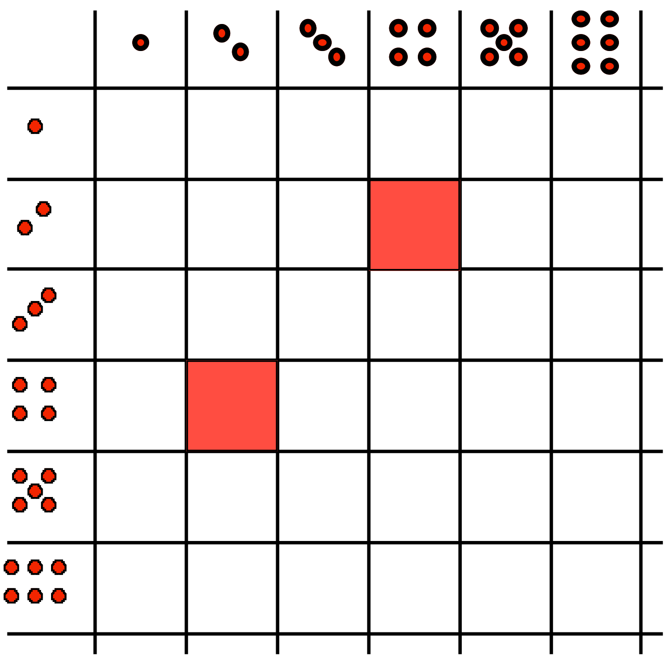
La somme d'un nombre est la somme de ses chiffres. Exemple: la somme de 247 est 2 + 4 + 7 = 13.
Colorie sur le tableau tous les nombres totalisant la somme de 5.

SOLUTION Au moins 10 des nombres 5, 14, 23, 32, 41, 50, 104, 113, 122, 131, 140, 203, 212, 221, 230 sont coloriés ou les 9 plus gros nombres avec cette particularité (104, 113, … , 230).

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche peut être attribuée au domaine «Nombres et variables». On peut la résoudre en variant systématiquement les chiffres. La possibilité d'arriver à 6 + 5 + 4 = 15 (ou 15 + 3 + 2 + 1 = 21 pour les nombres jusqu'à 1’000) montre la parenté avec beaucoup d'autres tâches combinatoires.

*** Analyse de données EE8#3** Non testé (niveau de compétence estimé III)

13.1.7



Un jeu consiste à lancer deux dés dont les faces portent les chiffres de 1 à 6, puis à additionner chaque fois les chiffres obtenus.

Qu'est-ce qui est le plus vraisemblable? Avant de répondre, sers-toi du tableau et lance les dés quel-ques fois.

A

I obtenir avec deux dés la somme 7
ou

II la somme 10?

III les deux résultats sont aussi vraisemblables l'un que l'autre.

B

I obtenir avec deux dés la somme 10 ou

II obtenir un 6 avec un dé?

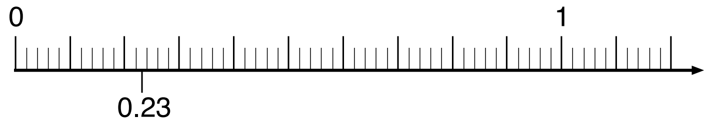
III les deux résultats sont aussi vraisemblables l'un que l'autre.

SOLUTION AI, BII

14 Annexe 4 – Exemples de tâches HarmoS Mathématiques 11^e année

SAVOIR, RECONNAÎTRE ET DÉCRIRE | 11^e ANNÉE

Nombres et opération WE11#1 68% de fréquence de résolution lors du test 2007 M93102



Situe les nombres suivants sur la ligne graduée, comme pour 0.23:

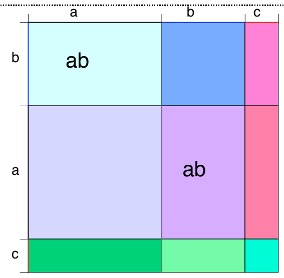
0.01; 0.59; 1.08

SOLUTION Les trois nombres donnés sont inscrits (au-dessous ou au-dessus de la ligne) (± 0.02 rspt. ± 1 unité)

0.01 0.23 0.59 1.08

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Reporter des nombres décimaux sur la bonne position de la droite graduée est une activité familière pour la majorité des élèves. La tâche présuppose la connaissance du principe des valeurs et l'écriture des nombres décimaux ainsi que la compréhension de la notion d'échelle. Il faut reconnaître l'écart sur la règle (0,02 et 0,1 pour les fractions plus grandes).

Nombres et opération WE11#2 81% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91101

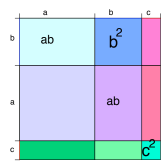


Deux champs à l'intérieur du carré ont la superficie a • b (voir illustration).

Inscris les superficies c^2 et b^2 dans les champs correspondants !

SOLUTION Voir ci-contre la solution illustrée b^2 et c^2.

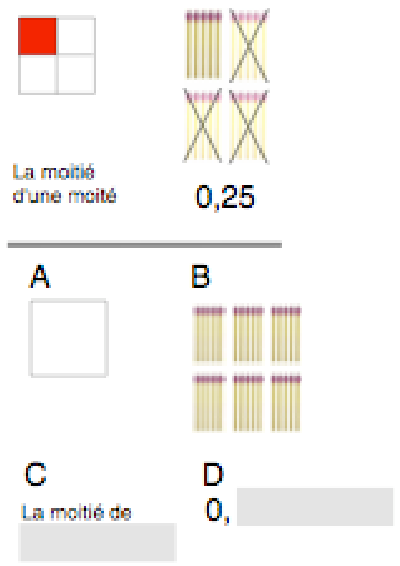
Aucune autre inscription, juste ou fausse, dans un autre champ n'est prise en considération.



CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La résolution de cet exercice présuppose la représentation de variables au moyen de longueurs (p.ex. b). Il est nécessaire de bien comprendre ces relations pour être à l'aise avec les binômes et les calculs de surface.

En haut de l'illustration, il y a quatre représentations de $\frac{1}{4}$.

Complète les schémas et expressions de A à D pour en faire des représentations de $\frac{1}{6}$.



SOLUTION Alle vier Teilaufgaben richtig.

A 6 (ungefähr gleich grosse) Felder, ein Feld markiert.

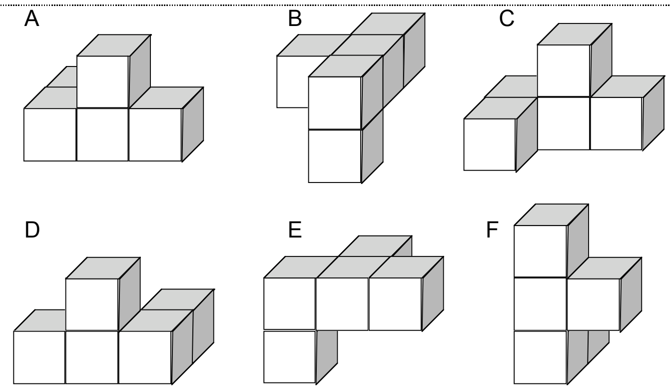
es ist ausreichend, wenn die Linien skizziert werden

B 5 Streichhölzer

C … einem Drittel OR … 1/3

D 0.16 OR 0.17 OR 0.166 OR 0.166… OR 0.167 …

Géométrie WE11#1 70% de fréquence de résolution lors du test 2007 (confirmé de manière empirique en Suisse f et d) M93208



Les figures A et F représentent deux solides différents.

Chaque solide est donc représenté trois fois.

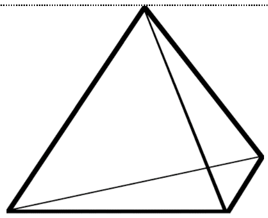
Quelles sont les deux figures représentant le même solide que A ?

A et …… et ……

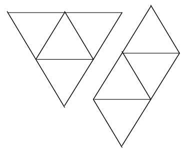
SOLUTION (A), B et E

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche teste la capacité à reconnaître des solides dans différentes positions. Pour les élèves qui ne seraient pas capables de résoudre de tels exercices de géométrie spatiale mentalement ou au moyen d'opérations basées sur des représentations, il peut être utile de modéliser chacun des deux solides à l'aide de cinq cubes. Ces modèles peuvent alors être tournés dans différentes positions et comparés aux figures précédentes.

*** Géométrie WE11#2** 21% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M91206

 70 mm	Dessine deux développements différents du tétraèdre.

SOLUTION Beide (und damit alle möglichen) Netze, keine falschen Skizzen. Die Grösse und die Exaktheit der Netze wird nicht bewertet.



Grandeurs et mesures WE11#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Quelle égalité est fausse ?

A 1 jour = 24 h

B 24 h = 60 min

C 60 min = 3600 sec

D 1 h = 3600 sec

SOLUTION B

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche présuppose la connaissance des unités temporelles courantes (j, h, min, sec). L'unique opération qui pourrait être nécessaire 60 * 60 est tellement simple qu'on peut également attribuer la tâche à l'aspect de compétence «Savoir, reconnaître et décrire».

Grandeurs et mesures WE11#2 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

monnaie matériau diamètre poids épaisseur bordure

Münze	Material	Durchmesser [mm]	Gewicht [g]	Höhe [mm]	Rand
	Cu 75%, Ni 25%	19.15	3.00	1.45	Glatt
	Cu 75%, Ni 25%	18.20	2.20	1.25	gerippt
	Cu 75%, Ni 25%	23.20	4.40	1.55	gerippt
	Cu 75%, Ni 25%	27.40	8.80	2.15	gerippt

Mesure le diamètre de la pièce de monnaie et compare-le avec la taille originale.

Coche les énoncés qui conviennent le mieux.

A Original : image = 1 : 1.5

B Original : image = 1 : 2

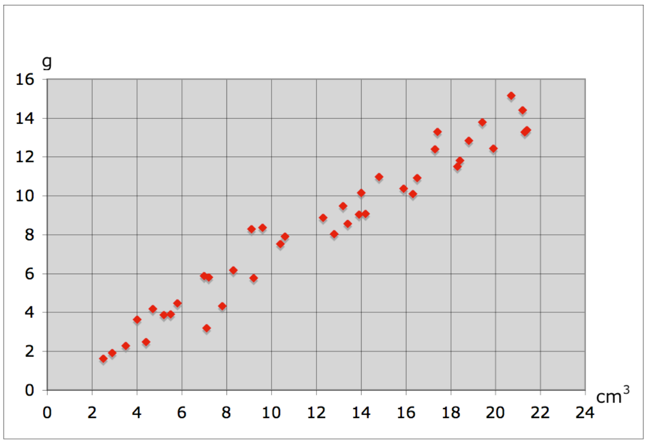
C Original : image = 1 : 0.5

D Orignal : image = 1 : 0.7

SOLUTION selon la grandeur de la représentation, dans l'exemple le plus probable 1 : 1.5

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La résolution de la tâche exige de comprendre les indications de grandeur dans les tableaux et de connaître la manière d'écrire des mesures (comme 1 : 3). Les options de réponses sont choisies de manière à aboutir à la bonne solution en mesurant sur l'illustration et en comparant avec les indications de mesure (ou avec l'original).

Fonctions WE11#1 80% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92501



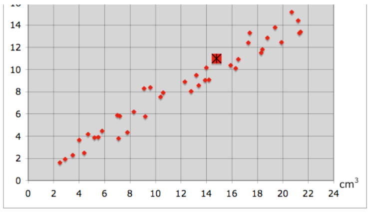
échantillons de hêtre

Une classe mesure le volume (en cm^3) et la masse (en g) de morceaux de hêtre. Pour obtenir le volume, les élèves plongent les bouts de bois avec une pincette dans une éprouvette remplie d'eau. La différence du niveau d'eau correspond au volume en cm^3.

Les valeurs mesurées sont représentées sur le graphique ci-dessous, qui illustre le rapport entre la masse et le volume des morceaux de hêtre.

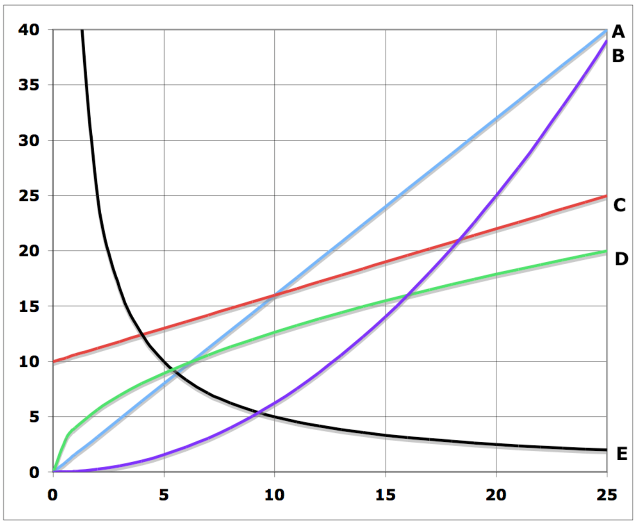
Entoure en couleur le point sur le graphique qui correspond au volume de 14,8 cm^3 et à la masse de 11 g.

SOLUTION Voir illustration



CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche teste la capacité d'identifier des points dans un graphique sur la base des coordonnées. La compréhension totale du texte de l'exercice n'est pas une condition déterminante pour le résoudre. Il s'agit de la première tâche d'un environnement de test portant sur l'épaisseur du bois de hêtre. D'autres tâches du même cahier seront utilisées ci-après pour illustrer d'autres éléments opérationnels.

***Fonctions WE11#2** 32% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92501



Compare les deux fonctions:

I $y = 4 \cdot \sqrt{x}$

II $y = \dfrac{x^2}{16}$

aux cinq graphiques ci-dessus.

Quel est le graphique qui correspond à la fonction I?

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐

Quel est le graphique qui correspond à la fonction II?

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐

SOLUTION ID, IIB

*** Analyse de données WE11#1** 28% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M91404

Genre de profession	Candidats aux examens finaux			Nouveaux contrats d'apprentissage			Nb total de contrats d'apprentissage		
	Total	Hommes	Femmes	**Total**	Hommes	Femmes	**Total**	Hommes	Femmes
Horticulture	**1427**	764	663	**1697**	957	740	**4426**	2370	2056
Elevage, production animale	**66**	14	52	**83**	15	68	**213**	50	163
Sylviculture, pêche et chasse	**298**	289	9	**274**	267	7	**793**	778	15
Produits alimentaires, boissons	**1140**	651	489	**1655**	966	689	**4114**	2335	1779
Textiles, papier, cuir	**113**	73	40	**143**	103	40	**418**	278	140
Industrie du bois	**2092**	2001	91	**2708**	2549	159	**8109**	7658	451
Industrie graphique	**743**	400	343	**688**	375	313	**2404**	1347	1057
Industrie chimique	**205**	199	6	**199**	189	10	**532**	508	24
Terre, pierres, verre	**140**	95	45	**164**	106	58	**481**	318	163
Industrie métallurgique & des machines	**14735**	14170	565	**15698**	15065	633	**50232**	48341	1891
Industrie horlogère & bijouterie	**355**	236	119	**354**	235	119	**1022**	681	341
Bâtiment	**1882**	1862	20	**2795**	2741	54	**6445**	6322	123
Peinture	**1341**	991	350	**1664**	1115	549	**4440**	3013	1427
Autres professions du secteur production	**132**	64	68	**140**	75	65	**531**	297	234
Professions techniques	**2660**	2127	733	**3116**	2302	814	**10386**	7611	2775
Organisation, administration, bureau	**11633**	3812	7821	**10712**	3919	6793	**30375**	10685	19690
Vente	**7409**	1939	5470	**7385**	2092	5293	**17798**	4750	13048
Hôtellerie & restauration	**3501**	1463	2038	**4047**	1664	2383	**9388**	4008	5380
Nettoyage	**98**	75	23	**189**	139	50	**438**	329	109
Soins corporels & médicaux	**4316**	192	4124	**5841**	424	5417	**14559**	931	13628
Professions artistiques	**489**	190	299	**565**	221	344	**1659**	628	1031
Autres	**1212**	1018	194	**1884**	1419	465	**4429**	3410	1019
Total	**55987**	32625	23562	**62001**	36938	25063	**173192**	106648	66544

A En 2005, un quart des candidats aux examens finaux du secteur de la peinture étaient des femmes

■ vrai ■ faux

B Environ 50 % des nouveaux contrats d'apprentissage conclus en 2005 dans le secteur texte, papier, cuir l'ont été par des femmes.

■ vrai ■ faux

C Dans l'ensemble, il y a clairement plus d'hommes que de femmes qui se forment dans le cadre d'un apprentissage.

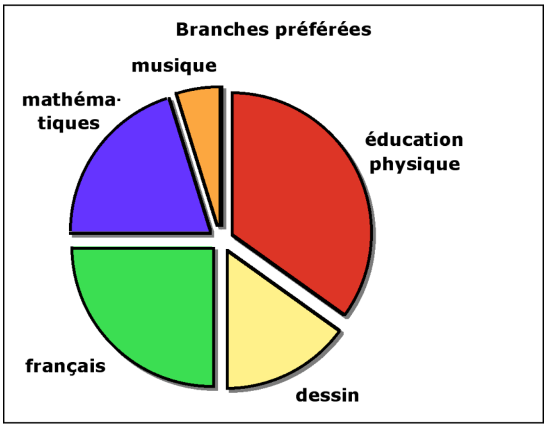
■ vrai ■ faux

D Les professions commerciales ("bureau") constituent en nombre de contrats le deuxième groupe professionnel.

■ vrai ■ faux

SOLUTION A vrai, B faux, C vrai, D vrai

Analyse de données WE11#2 78% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90601



Les 20 élèves d'une classe indiquent leur branche préférée.

3 élèves aiment tout particulièrement le dessin.

Combien d'élèves aiment:

A les mathématiques:

B le français:

SOLUTION Mathématiques : 4 (3 peut égalemen être accepté)

Français : 5 (si Maths → 3, alors 4 peut aussi être accepté)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche permet de vérifier si les élèves savent lire correctement les diagrammes circulaires et s'ils peuvent déduire la fréquence absolue (nombre) à partir de la fréquence relative (part du cercle). Etant donné que la surface pour la branche «français» correspond exactement au quart de la surface du cercle, celle pour les «mathématiques» est un peu inférieure à un quart, il n'est pas nécessaire de mesurer l'angle central des secteurs.

APPLIQUER DES PROCÉDURES ET UTILISER DES TECHNIQUES | 11e ANNÉE

Nombres et opérations OB11#1 75% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90403

Combien vaut T quand tu donnes aux lettres x, y, p et q les valeurs suivantes ?

$x = 3, y = 4, p = 5, q = 6$

$T = (6 \bullet x : y) + (p \bullet (q - 1))$

SOLUTION 29.5

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche demande d'évaluer un terme donné sous forme de lettre en remplaçant les variables par les valeurs indiquées. Le calcul mental et la maîtrise des parenthèses sont nécessaires pour résoudre l'exercice sans utiliser la calculatrice de poche.

Nombres et opérations OB11#2 65% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90498

Au lieu de la variable T, calcule avec des nombres que tu peux choisir pour que le résultat soit égal à 100.

$T = (6 \bullet x : y) + (p \bullet (q - 1))$

SOLUTION Plusieurs solutions sont possibles, p.ex. : $(6 \bullet 10 : 1) + (5 \bullet (9 - 1))$

Les quatre chiffres choisis pour p, q, x et y ne doivent pas tous être différents.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Comme dans l'exercice précédent, il s'agit d'évaluer un terme, mais des nombres sont attribués aux variables au gré de chacun. Dans un premier temps, il faut définir la valeur des deux parenthèses (60 + 40, 0 + 100, 30 + 70, …). Dans le test, de nombreux élèves ont simplifié la tâche en choisissant x = 0 . Le fort taux de bonnes réponses s'explique en partie par les exercices précédents de l'environnement du test (questions sur le même terme).

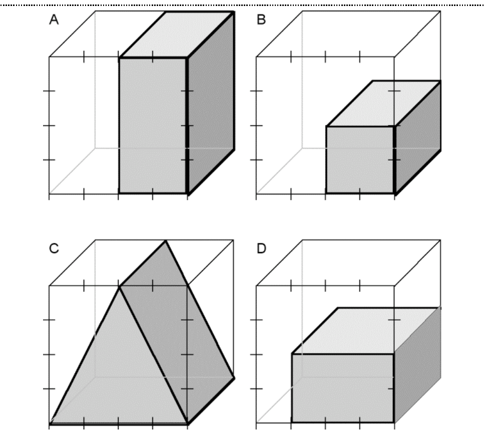
*** Nombres et opérations OB11#3** 30% de fréquence de résolution, Niveau de compétence III M91505

Amplifie les deux facteurs du calcul ci-dessous de manière à ce que le produit devienne 20 fois plus grand.

6.4 • 42

SOLUTION a = 64, b = 84
ou a = 12.8, b = 420
ou a = 32, b = 168
ou a = 25.2, b = 210
ou un autre produit avec a • b = 5376 et a > 6.4 et b > 42

Grandeurs et mesures OB11#1 77% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91601.1



Le cube ci-dessus a un volume de 1000 cm^3 et une arête de 10 cm.

Quel est le volume des quatre solides inscrits dessinés en gris?

A V = cm^3

B V = cm^3

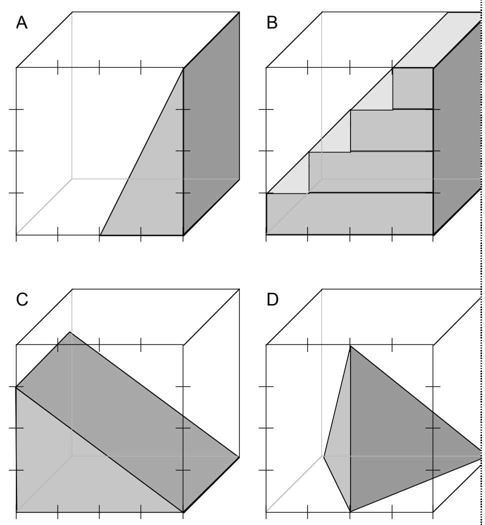
C V = cm^3

D V = cm^3

SOLUTION A 500 cm^3; B 250 cm^3; C 500 cm^3; D 375 cm^3 (au moins 3 résultats corrects).

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Selon le niveau d'apprentissage, on peut résoudre la tâche sous l'aspect de compétence «Savoir, reconnaître et décrire». Les élèves définissent la longueur des côtés en cm et calculent les volumes des solides ou comparent ces volumes avec le cube V = 1000 cm^3.

*** Grandeurs et mesures OB11#2** 32% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M91602



Le cube ci-dessus a un volume de 1000 cm^3 et une arête de 10 cm.

Calcule le volume de trois des quatre solides inscrits dessinés en gris.

A V = cm^3

B V = cm^3

C V = cm^3

D V = cm^3

SOLUTION A 250 cm^3 B 625 cm^3 C 375 cm^3 D 167 cm^3 / 166 cm^3 / 166 $^2/_3$ cm^3 / 166.6 cm^3

Grandeurs et mesures OB11#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Indique en cm :

A	1.5 m
B	0.83 m
C	720 mm

SOLUTION A 150 cm; B 83 cm; C 72 cm

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves transposent les indications de longueur d'une unité dans l'autre ; c'est une opération qui pourrait du reste être utilisée en 8e année pour illustrer les standards de base. La plupart des élèves résoudront le problème en décalant la virgule du nombre de positions correspondant.

Grandeurs et mesures OB11#2 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Sur une carte géographique 1: 25 000 : une certaine distance vaut 4 cm.	Quelle longueur a-t-elle dans la réalité ?

SOLUTION 1 km ou 100‘000 cm ou 25'000 fois plus longue (plus grande)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE A l'instar de l'exercice précédent, on teste la connaissance des relations existant entre différentes unités de longueur. Quelques rares élèves pourront résoudre le devoir de mémoire (→ aspect de compétence «Savoir, reconnaître et décrire »).

*** Grandeurs et mesures OB11#3** Non testé (niveau de compétence estimé III)

Quelle est la longueur des côtés d'un carré ayant une superficie de A 10 m^2 B 10 a C 10 ha	Calcule avec $\sqrt{10} = 3.2$

SOLUTION A 3.2 m B 32 m C 320 m

Fonctions OB11#1 70% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91707

Une banque propose un livret d’épargne jeunesse.

Elle publie le tableau suivant:

Capital Intérêt annuel (t = 4,5 %)

Kapital	Jahreszins (bei p = 4.5%)
Fr. 100.–	Fr. 4.50
Fr. 200.–	Fr. 9.00
Fr. 500.–	Fr. 22.50
Fr. 1'000.--	Fr. 45.00
Fr. 2'000.--	Fr. 90.00
Fr. 5'000.--	Fr. 225.00

On peut calculer l’intérêt annuel pour 700 CHF en additionnant le montant indiqué pour 500 CHF (22,50 CHF) et pour 200 CHF (9,00 CHF), ce qui donne 31,50 CHF.

Indique avec quelles valeurs du tableau tu peux calculer l’intérêt annuel produit par un capital de 4’500 CHF.

SOLUTION • 225 Fr. - 22.50 Fr. = 202.50 Fr.

• ou 90 Fr. + 90 Fr. + 22.50 Fr. = 202.50 Fr.

• ou 9 • 22.50 Fr. = 202.50 Fr.

• ou tout autre calcul à partir des valeurs de la colonne intérêt annuel

Il n'est pas nécessaire d'indiquer la devise.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cet exercice, les élèves calculent en suivant différentes procédures les valeurs des fonctions pour un nombre donné. Si l'on comprend les grandeurs proportionnelles, il n'y a pas de difficulté à esquisser différentes manières d'aboutir à la solution.

***Fonctions OB11#2** 30% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92103

Rabais en %	0	10	20	30	X
Prix/pièce [CHF]	500				
Gain [CHF]	300				
Gain en %	150				

Au moment des soldes, «G&N» baisse le prix de ses vestes en cuir, tout d'abord de 10 %, puis de 20%, puis 30% et enfin 40 % du prix initial.

Complète le tableau ci-contre en indiquant pour chaque valeur du rabais: le prix d'une veste, le bénéfice effectué en CHF puis en pourcent.

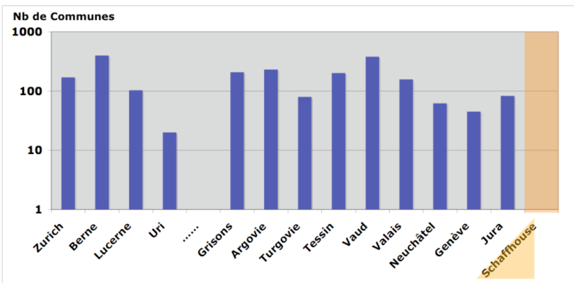
SOLUTION • 225 Fr. - 22.50 Fr. = 202.50 Fr.

Analyse de données OB11#1 87% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92203

	abr.	Canton	Superficie [km^2]	Population	Communes	Densité pop.
1	ZH	Zurich	1'729	1'250'000	171	723
2	BE	Berne	5'959	950'000	398	159
3	LU	Lucerne	1'494	354'000	103	237
4	UR	Uri	1'077	35'000	20	33
5	SZ	Schwytz	908	136'000	30	150
6	OW	Obwald	491	33'000	7	67
7	NW	Nidwald	276	39'000	11	141
8	GL	Glaris	685	38'000	27	55
9	ZG	Zoug	239	106'000	11	444
10	FR	Fribourg	1'671	245'000	182	147
11	SO	Soleure	791	246'000	126	311
12	BS	Bâle-Ville	37	188'000	3	5067
13	BL	Bâle-Camp.	518	263'000	86	508
14	SH	Schaffhouse	299	74'000	33	248
15	AR	Appenzell RE.	243	54'000	20	222
16	AI	Appenzell R I.	173	15'000	6	87
17	SG	Saint-Gall	2'026	458'000	89	226
18	GR	Grisons	7'105	187'000	208	26
19	AG	Argovie	1'404	558'000	231	398
20	TG	Turgovie	991	231'000	80	233
21	TI	Tessin	2'813	315'000	201	112
22	VD	Vaud	3'212	633'000	382	197
23	VS	Valais	5'225	283'000	158	54
24	NE	Neuchâtel	803	168'000	62	209
25	GE	Genève	282	420'000	45	1488
26	JU	Jura	839	69'000	83	82
	Total	*Suisse*	*41'285*	*7'348'000*	*2'773*	*178*

Le graphique ci-dessous présente le nombre de communes de quelques cantons. Contrairement à l'habitude, l'axe vertical n'est pas gradué de manière linéaire.

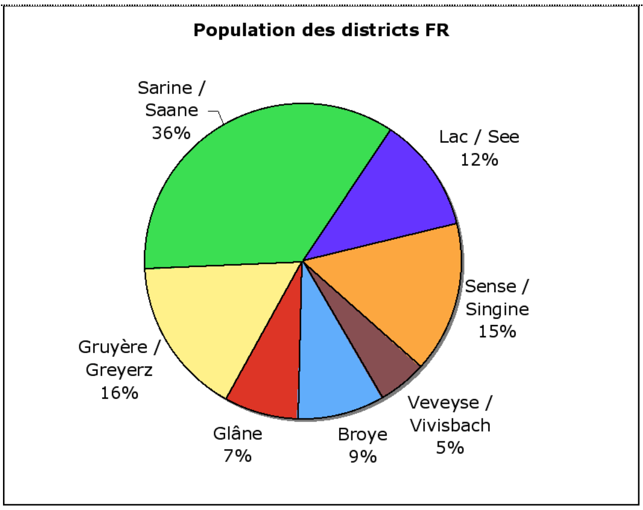
Analyse la graduation de l'axe vertical et reporte sur le graphique le nombre de communes du canton de Schaffhouse



SOLUTION La colonne de SH est plus haute que celle d'UR et moins que celle du JU.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cette tâche, les élèves partent de tableaux de valeur et dessinent la colonne qui correspond à une valeur donnée. Il est indiqué de s'appuyer sur des longueurs de colonne comparables, mais il n'est pas nécessaire de comprendre la répartition logarithmique inhabituelle sur l'ordonnée (→ «Modéliser»).

Analyse de données OB11#2 85% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90901



Sur ce diagramme est représenté en % le nombre d'habitants de chacun des sept districts du canton de Fribourg.

Le canton de Fribourg comptait en 2004 254'000 habitants.

Combien d'habitants a le district de la Sarine ?

SOLUTION 91400 (± 600).

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche peut également être attribuée au domaine «Fonctions». En partant d'un diagramme en cercle avec des indications sur la fréquence relative, les élèves définissent la fréquence absolue (nombre d'habitants) d'un district.

Analyse de données OB11#3 22% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M90303.2

	mardi	samedi
0.00 - 4.00	2	17
4.00 - 8.00	162	21
8.00 - 12.00	132	55
12.00 - 16.00	95	90
16.00 - 20.00	196	90
20.00 - 24.00	27	40

Le service cantonal des routes a mesuré le trafic sur une route de quartier. Les données ont été enregistrées un mardi et un samedi.

En moyenne, combien d'autos ont-elles été comptées par heure? Inscris ces données dans le tableau ci-contre.

	nb moyen d'autos par heure
Mardi entre 4 h et 12 h	
Mardi entre 0h et 24 h (jour entier)	

SOLUTION A 36.75 ± 0.05

B 25.58… OR 25.6 OR 26

UTILISER DES INSTRUMENTS ET DES OUTILS | 11e ANNÉE

Nombres et opérations IWV11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Calcule les termes suivants avec ta calculatrice :	A	7^3
	B	La racine de 28
	C	2 : 125

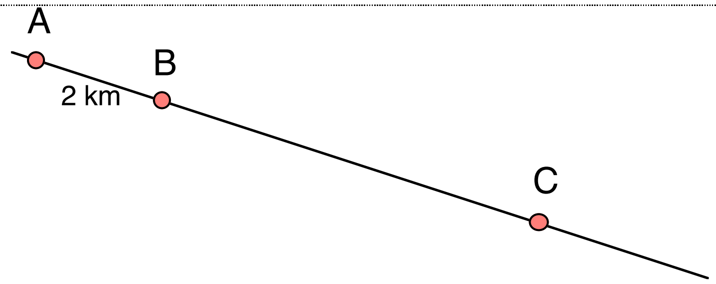
SOLUTION A 243

B 5.3, 5.29…, ou 5.292… (veiller à la justesse des arrondis)

C 0.016

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche teste la manipulation correcte des touches et fonctions principales d'une calculatrice de poche. Pour la partie B, on arrondit si nécessaire les chiffres après la virgule.

Géométrie IWV11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



«Mesure» avec ton compas.

S'il y a 2 km entre A et B,

quelle est la distance de B à C ?

SOLUTION 6 km

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves utilisent un compas pour résoudre le problème: il prennent la distance de A à B et la reportent sur la droite (3 fois) jusqu'à ce qu'ils atteignent le point C.

Grandeurs et mesures IWV11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Dessine (p.ex. avec l'aide d'un rapporteur) un angle

a) de 70°

b) de 100°

CRITERE Taux de tolérance de 2°.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE En situation de test, l'utilisation appropriée d'instruments de mesure ne peut être vérifiée que de façon très limitée, raison pour laquelle on demande ici d'utiliser un rapporteur.

Fonctions IWV11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Il est à chaque fois calculé au moyen d'une formule dans la colonne B du tableau le prix correspondant dans la colonne A à un certain poids de pommes (par ex. 0.500 kg coûtent 2.15 fr.).

Comment écrire cette formule pour la case B12 ?

Attention : trois des formules proposées donnent le bon résultat, une seule toutefois est sensée.

	A	B
1		
2	kg	Fr
3	0.100	0.43
4	0.200	0.86
5	0.300	1.29
6	0.400	1.72
7	0.500	2.15
8	0.600	2.58
9	0.700	3.01
10	0.800	3.44
11	0.900	3.87
12	1.000	4.30
13	1.100	4.73
14	1.200	5.16
15	1.300	5.59
16	1.400	6.02
17	1.500	6.45

A = A12/4.3

B = 4.3

C = A12*4.3

D = B11+0.43

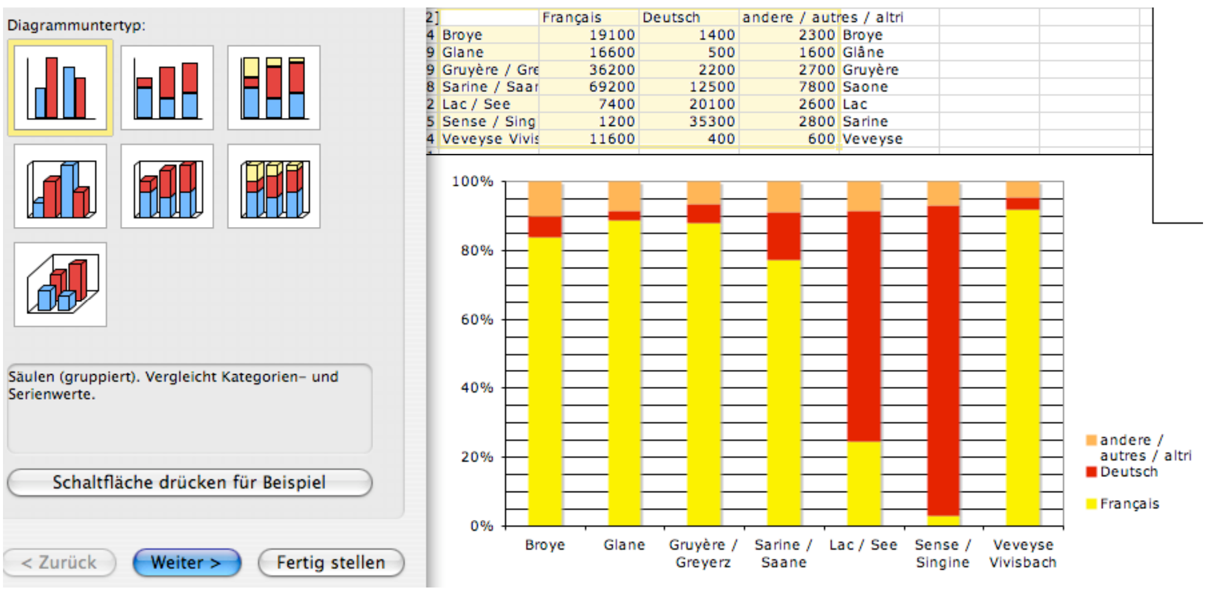
SOLUTION C

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Avec des situations de test “papier-crayon”, le travail à l'ordinateur ne peut être que très sommairement testé, vu que l’usage de tableurs (programmes de calcul) suppose des connaissances spécifiques ou la disponibilité à entreprendre des démarches exploratoires. La tâche proposée ne peut par conséquent pas remplacer le travail à l’écran. La solution nécessite de savoir que le quotient d’une paire de valeurs proportionnelles reste constant (facteur de proportionnalité).

Analyse de données IWV11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Laquelle des sept formes de diagrammes proposées dans l’illustration de gauche faut-il choisir pour obtenir le diagramme présenté à droite ?

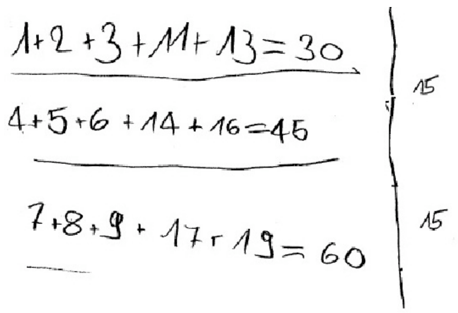
Coche le diagramme voulu.



SOLUTION Le troisième ou le sixième.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Le travail à l'ordinateur ne peut que difficilement être testé avec des exercices traditionnels de test, comme c'est le cas dans les exemples précédents. Un diagramme à colonnes doit être construit à l'aide d'un tableur. Le diagramme choisi montre des parts en pourcentages (les langues dans les districts du canton de Fribourg). Il faut par conséquent choisir un des deux types de diagrammes tout à droite.

Nombres et opérations DF11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



A quoi pensait l'élève d'école primaire
qui a fait cette addition
en inscrivant le nombre 15
sur le côté droit du tableau ?

SOLUTION Il veut dire que la somme est augmentée de 15.
On peut tolérer des formulations de style «c'est plus grand de 15».

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'élève refait des calculs réalisés et écrits par quelqu'un d'autre. Il suffit de comparer les sommes obtenues avec les nombres tout à droite et d'en tirer les conclusions qui s'imposent.

Géométrie DF11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

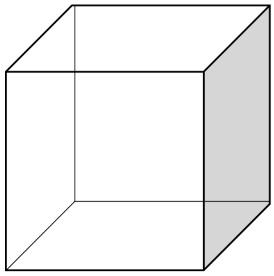
Dans un recueil de formules figure la formule suivante :
V = B • h : 3
Elle vaut pour une pyramide.

Montre au moyen d'un croquis la signification de B et h.

SOLUTION Solutions individuelles, croquis d'une pyramide (pas de sphère).
B = base et h = hauteur doivent figurer explicitement.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves démontrent la capacité de visualiser des formules simples au moyen d'un dessin et d'utiliser ces représentations pour communiquer. Pour résoudre la tâche, on doit connaître le concept de «pyramide» et la signification de B et h. Cela n'a pas d'importance que de nombreux élèves mettent sur le même plan «pyramide» et «pyramide carrée».

Grandeurs et mesures DF11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	L'arrête de ce cube mesure 1 m. Aurais-tu assez de place pour « te cacher » à l'intérieur du cube ? Si oui : colorie la place que tu y prendrais (tu n'as pas besoin de te dessiner toi-même). Si non : Quelle longueur devrait alors avoir une arrête du cube pour que ce soit possible?

SOLUTION Oui. Différentes solutions. Au moins 1/30, au plus 1/4 du cube est colorié.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Une condition pour résoudre cette tâche est la représentation claire de ce qu'est 1 m^3 par rapport au volume propre (→ «Savoir, connaître et décrire»). Pour l'essentiel, cette tâche vise la capacité de représenter son propre volume de façon appropriée à la situation. On peut simplifier l'exercice en indiquant que le cube peut contenir 1'000 litres d'eau.

Fonctions DF11#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Présente les prix de telle manière que l'on sache au premier coup d'oeil quels fruits sont les plus chers et lesquels les plus avantageux !	pommes	3.70 Fr./kg
	abricots	5.20 Fr./kg
	oranges	2.20 Fr./kg
	raisins	3.00 Fr./kg

SOLUTION Représenter (diagramme, dessin avec montants, graphe fonctionnel ou classement des prix dans l'ordre sur une liste) les indications de prix de manière à rendre visible au premier coup d'oeil le produit le plus cher et le moins cher.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cet exercice, les élèves représentent la fonction fonctionnelle facile à saisir, qui existe entre la quantité et le prix. La représentation choisie ne joue aucun rôle, en revanche ce qui compte c'est l'information qu'elle doit transmettre – la comparaison de prix entre différentes sortes de fruits.

Fonctions DF11#2 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Présente les prix de telle manière que l'on sache quels fruits sont les plus chers et lesquels les plus avantageux !	poires	307 g	1.25 Fr.
	pêches	424 g	2.30 Fr.
	mandarines	845 g	2.70 Fr.
	ananas	560 g	3.25 Fr.

SOLUTION Calcul du prix pour une quantité donnée (par ex.1 kg) et représentation semblable à celle de la tâche précédente et/ou représentation du prix et de la quantité dans un système de coordonnées.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves représentent la relation fonctionnelle facile à comprendre entre quantité et prix. Ils doivent calculer les prix pour une quantité déterminée, selon la démarche choisie. Il suffit d'évaluer le prix par ex. pour 100 g. La représentation choisie ne joue aucun rôle, en revanche ce qui compte c'est l'information qu'elle doit transmettre : la comparaison de prix entre différentes sortes de fruits.

Analyse de données DF11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	1	2	3	4	5
2																									
3												x									x				
4								x			x														
5				x																		x			
6		x											x	x										x	x
7	x		x				x												x	x			x		
8																x		x							
9					x	x									x										
10										x							x								
11																									
12									x																

Max a lancé un certain nombre de fois deux dés. Sur l'ordinateur, il a construit ce tableau.

A Combien d'essais Max a-t-il comptabilisés ?

B Pourquoi cette représentation n'est-elle pas vraiment appropriée pour noter un très grand nombre d'essais (p.ex. 1000) ?

SOLUTION A 25 essais

B Elle prend trop de place / elle est trop volumineuse / elle est difficilement lisible (ou d'autres raisons)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves doivent tout d'abord interpréter et dans un deuxième temps juger du caractère approprié de la présentation ci-dessus. Ce faisant, ils réfléchissent à la lisibilité et à la possibilité d'utiliser des représentations statistiques.

MODÉLISER | 11e ANNÉE

Nombres et opérations MM11#1 88% de fréquence de résolution lors du test 2007 M93304.1

	Exemple	Ton exemple	Expression littérale
Pense à un nombre	3		**x**
Double ce nombre	6		**2x**
Additionne 12	18		
Prends le double	36		
Divise par 4	9		
Soustrais 6	3		

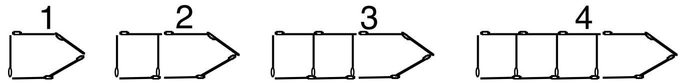
Après avoir choisi un nombre, complète la colonne grisée du tableau en suivant les instructions.

Tu trouveras ton nombre de départ comme résultat final.

SOLUTION Un exemple personnel est calculé conformément aux consignes.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'exercice teste la capacité d'exécuter des instructions avec des nombres ou de les exprimer par des variables. Les nombres dans la colonne «exemple» servent d'illustration et devraient faciliter la compréhension de la consigne.

*** Nombres et opérations MM11#2** 24% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92301.2



Nombre de maillons:	1	2	3	4	10	n
Nombre d'allumettes:	5	8	11	14	?	?

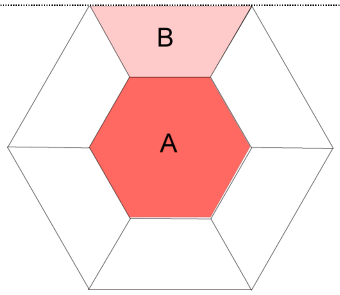
Des flèches sont dessinées avec des allumettes. Le tableau donne le nombre d'allumettes nécessaire en fonction de la longueur de la flèche.
Combien faut-il d'allumettes :

A pour 10 maillons?

B pour n maillons?

SOLUTION A 10 → 32
B 3n + 2 (OR äquivalente Formel)

Géométrie MM11#1 83% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91002

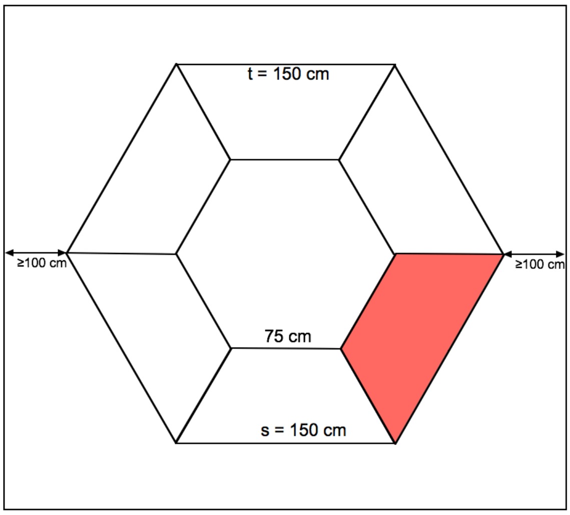


De combien de fois la surface entourée par les tables (A) est-elle plus grande que la surface d'une table (B) ?

SOLUTION Deux fois plus grande.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche fait partie d'un environnement de test dont les premiers exercices tournent autour des notions de forme, surface et angle d'une table (B). Dans le cas présent, il faut saisir et mettre en relation deux formes (A et B). Quelques élèves construisent des modèles qui leur sont nouveaux sur le plan conceptuel, d'autres saisissent immédiatement la situation (→ «Savoir, reconnaître et décrire»). La solution est évidente lorsque la surface A est partagée horizontalement en deux trapèzes congruents (symétriques).

*** Géométrie MM11#1** 22% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M91001



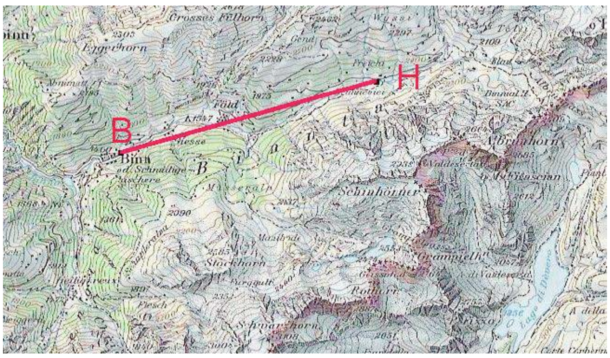
Dans une salle de réunion rectangulaire, on dispose 6 tables identiques en forme de trapèze comme indiqué sur le schéma ci-dessus. Les côtés s et t doivent être parallèles au mur.

Quelle doit être la largeur minimale de la salle si l'on veut avoir au moins 1 m de distance entre les murs et les «coins» à droite et à gauche des tables?

SOLUTION 4 • 75 cm + 200 cm = 500 cm
Oder 1 m + 1.5 m + 1.5 m + 1 m = 5m
Da es mögich ist, die Aufgabe im Kopf zu lösen, wird der Lösungweg nicht eingefordert.

Grandeurs et mesures MM11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Sur la carte au 1 : 100'000, la distance horizontale entre Binn et le hameau mesure exactement 5 cm. Binn est à 1004 m d'altitude, H à 1504 m.



A Combien mesure cette distance dans la réalité ? … km.

Estime la longueur réelle du chemin pédestre menant de B à H.

B La différence d'altitude entre B et H est de 500 mètres. Cela équivaut à une pente moyenne de 10 %.

Dessine un triangle avec une pente de 10 %.

SOLUTION A 5 km et estimation entre 6 et 14 km
B on dessine un triangle rectangle avec des cathètes ayant un rapport 10 : 1

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves qui ont une certaine routine dans la résolution de ce type de tâches doivent mobiliser des compétences dans le domaine «appliquer des procédures et utiliser des techniques» ou dans «modéliser». Il faut tout d'abord calculer la longueur du trajet et rajouter un peu plus pour le chemin pédestre. Pour résoudre la partie B, la distance verticale (500 m, 10%) est mise en relation avec la distance horizontale (5 km, 100%).

Fonctions MM11#1 68% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92102

Le magasin «G&N» achète en Italie 2000 vestes en cuir à 200 CHF pièce.

Chaque veste est ensuite revendue au prix de 500 CHF par «N&G».

Considérons que 2000 vestes peuvent ainsi être revendues.

Lequel des énoncés ci-dessous est exact ?

Coche la bonne réponse.

A ☐ les vestes sont vendues avec un bénéfice supérieur à 100 %.

B ☐ les vestes sont vendues avec un bénéfice inférieur à 100 %.

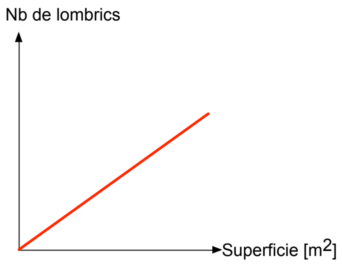
C ☐ le bénéfice ne peut jamais être supérieur à 100 %.

D ☐ le bénéfice est de 100 % exactement.

SOLUTION A

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE L'affirmation A est la seule à décrire correctement la relation fonctionnelle (achat à 200 Fr., vente à 500 Fr.). Le modèle mathématique correspondant (bénéfice de 200 Fr. – 100%, de 300 Fr. = – 150%) est simple, mais il faut le déduire du contexte.

***Fonctions MM11#2** 26% de fréquence de résolution lors du test 2007 M93003.1



On peut lire dans un journal que la terre serait stérile sans le travail des vers de terre qui se nourrissent de matière organique, ingérant l'humus et le rejetant sous une forme enrichie. On dénombre sur un hectare (1 ha = 10’000 m^2) environ 5'000’000 vers de terre, qui traitent à l'année environ 2’000 t de terre.

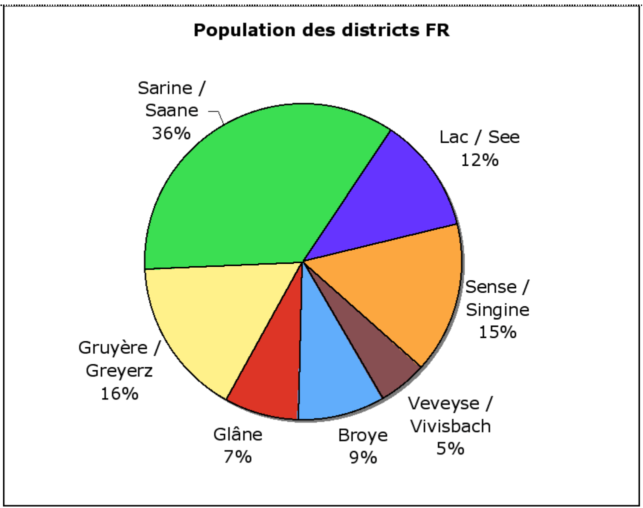
L’article sur les vers de terre parle des relations qu'il y a entre l’aire du terrain, le temps, le poids de terre travaillé et le nombre de vers dans le sol.

Ainsi, par exemple, il indique que le nombre de vers (des lombrics) est à peu près proportionnel à la superficie.

Indique deux autres relations proportionnelles dont il est question dans l’article.

SOLUTION 2 der 3 proportionalen Zusammenhänge Und keine falschen Zusammenhänge

Zeit	←→	Gewicht	OR	Gewicht ←→ Zeit
Fläche	←→	Gewicht	OR	Gewicht ←→ Fläche
Anzahl	←→	Gewicht	OR	Gewicht ←→ Anzahl



En 2004, le canton de Fribourg avait une population de 254'000 habitants, répartis sur 7 districts.

Indique si les affirmations ci-contre sont vraies ou fausses.

A Les deux districts ayant le moins d'habitants représentent ensemble moins de la moitié de la population du district le plus peuplé.

vraie fausse

B Plus de la moitié de la population totale du canton vit dans les districts de la Gruyère et de la Sarine.

vraie fausse

C Le plus petit district a moins de 10'000 habitants.

vraie fausse

D En moyenne, pratiquement un Fribour geois sur

six vit dans le district de la Gruyère.

vraie fausse

E Un quart exactement des Fribourgeois ha bitent

dans le district de la Singine.

vraie fausse

SOLUTION A vrai, B vrai, C faux, D vrai, E faux. Critère : au moins quatre réponses sont correctes.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Ici, les élèves évaluent des énoncés statistiques simples en interprétant le diagramme et en réalisant des calculs simples, du reste une estimation suffit.

ARGUMENTER ET JUSTIFIER | 11e ANNÉE

Nombres et opérations AB11#1 80% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90809.1

„La somme n + (n + 1) + (n + 2), où n est un entier, est toujours divisible par 3.“

Remplace n par un nombre naturel de ton choix et vérifie si l'assertion ci-dessus est vraie pour ce nombre.

SOLUTION Un exemple est calculé correctement.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Pour résoudre cette tâche il faut au moins avoir une idée de l'argumentation. En outre, il faut comprendre l'affirmation et l'illustrer par un exemple au minimum. Une justification générale (B) est plus facile à trouver lorsqu'on a collecté et classé systématiquement quelques exemples (par ex. pour n = 1, 2, 3, …6).

Nombres et opérations AB11#2 89% de fréquence de résolution lors du test 2007 M93107.1

$6^2 = 36$ $7^2 = 49$ $6^2 + 6 + 7 = 7^2$ $36 + 6 + 7 = 49$	Choisis deux nombres naturels successifs (p.e. 10 et 11) et essaie de voir si cette astuce de calcul fonctionne également avec eux.

CRITERE Un exemple est calculé correctement.

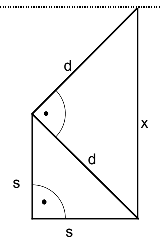
Solution générale: • Au moyen de la transformation de l'équation; $a^2 + a + a + 1 = a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$.

Les transformations mettent évidence que l'affirmation est juste, c'est-à-dire que la partie gauche et la partie droite de l'équation sont équivalentes.

Ou • avec un schéma / avec des mots: on ajoute à un carré de côté a deux bandes (de largeur 1), l'un de longueur a, l'autre de longueur a + 1. Il en résulte un carré dont les côtés ont une longueur de a + 1.

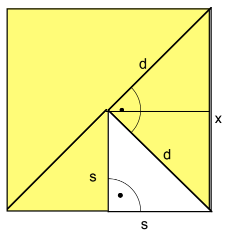
CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche demande de passer par la justification: transposer une situation dans un exemple personnel. Dans le test, presque tous les élèves ont réussi ce premier pas. On peut examiner d'autres chiffres avant d'apporter la preuve générale de l'affirmation. La démonstration peut être algébrique ou géométrique (la longueur 'a' des côtés d'un carré est allongée de).

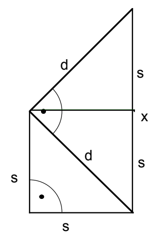
Géométrie AB11#1 65% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92905

	Montre au moyen d'un dessin ou d'une opération que x est deux fois plus long que s. Autrement dit : x = 2s. Pour la calculation, tu peux par exemple choisir que s = 10 cm !

SOLUTION Complète le dessin pour aboutir à un grand carré
(ou à un grand triangle avec hypothénuse 2d)
complété avec x = 2 s (ill. de gauche)
ou divisé en trois triangles congruents (ill. de droite)

Calcul :
$d = \sqrt{2}s$ $x = \sqrt{2}d$ → $x = 2s$
ou s= 10 cm $d = \sqrt{200}$ cm ou 14.1 cm
$x = \sqrt{(14.12^2 + 14.12^2)} = 20$ cm





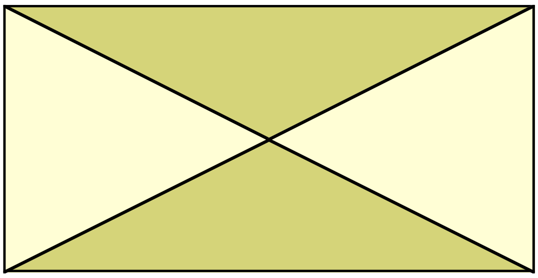
CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche a pour thème les relations entre les longueurs des côtés de figures simples (carrés et triangles rectangles isocèles) et leur justification. En calculant ou en complétant le dessin, il faudrait démontrer que la longueur de 's' est la moitié de 'x'.

*** Géométrie AB11#2** 69% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90202

Un rectangle de largeur 3,2 cm et de longueur 31,25 a une aire de 100 cm^2. L'affirmation suivante est vraie. «Il y a une infinité de rectangles dont l'aire est 100 cm^2» Pourquoi cette affirmation est-elle vraie?

SOLUTION Zu jeder beliebigen Seitenlänge a gibt es eine Seitenlänge b, so dass der Flächeninhalt 100 cm^2 ist.
Die Argumentation lässt erkennen, dass eine der Seitenlängen frei gewählt werden kann
Oder: dass (unendlich) viele verschiedene Produkte 100 möglich sind.

*** Géométrie AB11#3** 31% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92907



Les deux diagonales d'un rectangle partagent ce rectangle en quatre triangles comme cela est montré sur la figure ci-dessus.

Parmi les énoncés ci-dessous, coche celui qui est vrai:

A ☐ l'aire des quatre triangles est égale.

B ☐ l'aire des quatre triangles n'est égale que si la longueur et la largeur du rectangle sont choisies en conséquence.

C ☐ l'aire des quatre triangles n'est pas égale car ils sont différents.

D ☐ pour prouver que l'aire des quatre triangles est égale, il faut en mesurer les côtés et calculer les superficies.

SOLUTION A

Grandeurs et mesures AB11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Il est usuel d'indiquer la longueur du chemin pour l'école en m ou en km, mais jamais en cm.
Pourquoi pas ?

SOLUTION A Parce qu'on devrait utiliser de trop grands nombres.
B ou bien parce qu'on arrive pas à se représenter la réalité avec de telles unités
C ou bien parce que le résultat en cm ne pourrait pas être précis ou à peine mesurable

- voire d'autres arguments compréhensibles et pertinents
- prétendre qu'une indication en cm est inhabituelle serait par contre faux.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Une affirmation sur des relations de grandeur (chemin de l'école par rapport au cm comme unité) doit être justifiée dans cette tâche. Les trois approches de justification (A, B, C, voir solution) ont en commun l'idée que l'unité doit être choisie en fonction de la situation. Une seule justification suffit pour ce test.

Fonctions AB11#1 69% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91308

En raison de grandes différences dans la fréquence de résolution, cette tâche n'a pu être validée qu'en Suisse alémanique et au Tessin.

M. Rossi ouvre un compte en banque avec un capital de 50'000 CHF, à un taux d'intérêt de 4%.

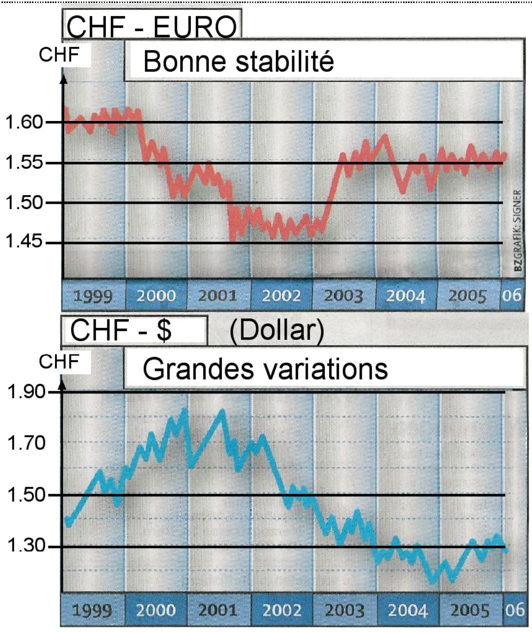
Après une année, son avoir a augmenté de 2'000 CHF, passant à 52'000 CHF, et après deux ans, il a de nouveau augmenté, de 2'080 CHF cette fois. Le nouveau capital est de 54'080 CHF.

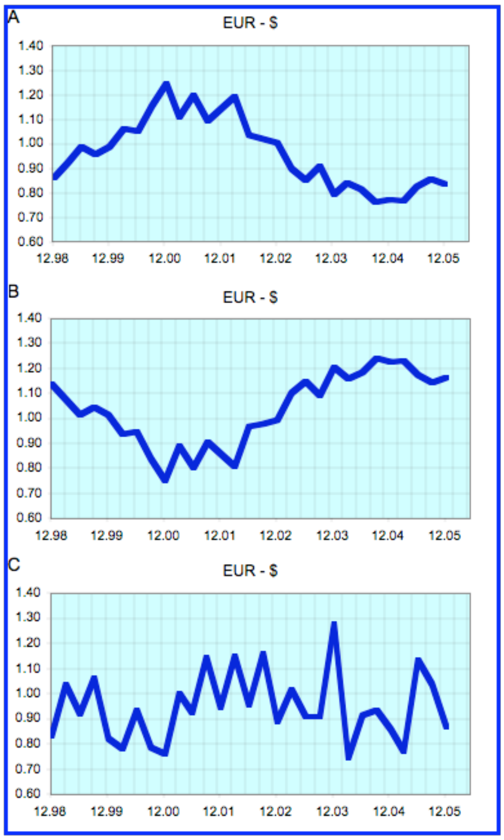
Pourquoi M. Rossi reçoit-il la deuxième année plus d'intérêts que la première année?

SOLUTION L'intérêt de la première année est inclus à l'intérêt de la deuxième. Ou en calculant, p.e. 52'000 • 1.04.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche demande de justifier pourquoi les intérêts peuvent augmenter d'année en année selon les circonstances. L'analyse montre que le capital n'est constant que de manière apparente, puisque les intérêts sont attribués chaque année au capital (intérêts cumulés). La tâche a été formulée de manière telle que l'affirmation puisse d'abord être vérifiée au moyen d'un calcul, si le besoin s'en faisait sentir, pour ensuite être justifiée.

***Fonctions AB11#2** 17% de fréquence de résolution, niveau de compétence IV M91307





Lequel des trois graphiques ci-dessus illustre le cours de change de l'EURO en Dollar?

A ■

B ■

C ■

Justifie ta réponse.

SOLUTION Graph A. Und Begründung

Da der Euro-Kurs ziemlich stabil ist, fällt vor allem der Dollar Kurs ins Gewicht.

Oder: Der Verlauf ist ähnlich wie der Verlauf des Dollar Kurses. (Dieses Argument is ausreichend).

Oder: Kursberechnung zu einem beliebigen Zeitpunkt durch zweimaliges Umrechnen (z.B. Jan 1999: 1.60 CHF – 1 EUR → 1.60 CHF – 1.13 \$ → 0.87 EUR – 1 \$, also A

Oder: Andere korrekte Begründungen.

Analyse de données AB11#1 82% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92802

Tage / Jours / Giorni	Erwachsene / Adultes / Adulti	Kinder / Enfants / Bambini (6 - 15)	Eltern / Parents / Genitori	Kinder mit Eltern / enfants avec parents / bambini con genitori
	CHF	CHF	CHF	CHF
1	54	31		
2	95	55		
3	136	78	122	70
4	175	100	158	89
5	210	120	189	108
6	236	135	212	121
7	271	155	244	139
8	297	170	267	152
9	323	184	391	165
10	348	199	313	178
11	374	213	337	191
12	392	224	353	201
13	408	233	367	209
14	422	241	380	216
15	434	248	391	223

Walter a 13 ans.

Il aimerait faire 5 jours de ski, faire une pause de 2 jours puis skier encore 5 jours.

A-t-il meilleur temps d'acheter un abonnement de 12 jours ou deux abonnement de 5 jours?

Justifie ta réponse.

SOLUTION deux cartes de 5 jours : 240 CHF (ou 216 CHF avec les parents)
une carte de 12 jours : 224 CHF (ou 201 CHF avec les parents)
Justification : la carte de 12 jours est plus avantageuse (réponse acceptée même sans le calcul)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Une analyse arithmétique des données disponibles est nécessaire pour trouver la solution. La comparaison de prix entre les deux options d'achat permet de déduire la décision d'acheter une carte de 12 jours, ce qui est facile à justifier.

*** Analyse de données AB11#2** 34% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M90306

A fin janvier, une entreprise avait en stock les articles suivants (1er tableau).

article	A	B	C
quantité	136	257	1178
prix CHF	355.-	78,50	5,75

14.1.6

Les entrées et les sorties de stock enregistrées jusqu'à fin janvier étaient les suivantes:

article	A	B	C
entrées	200	300	500
sorties	277	356	738

14.1.7

La valeur totale des articles en stock a-t-elle augmenté ou diminué? Justifie ta réponse.

SOLUTION Der Gesamtwert hat sich vermindert. Und Begründung:
Sie zeigt auf, dass mehr Ausgänge als Eingänge zu verzeichnen sind.

Nombres et opérations IR11#1 89% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90404

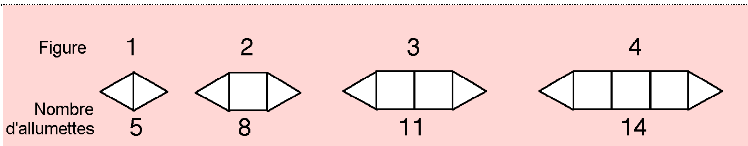
Quelles parenthèses peux-tu supprimer sans changer le résultat ? Marque-les en couleur.	T = (6 • x : y) + (p • (q – 1))

SOLUTION T = 6 • x : y + p • (q – 1)

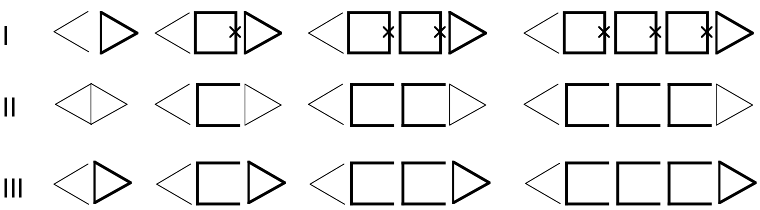
Pour le niveau de base, on attend une identification correcte d'au moins une des deux parenthèses et le maintien de celle entourant (q-1). Lors du test 2007, 30 % des élèves n'ont pas marqué les deux parenthèses non indispensables.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Selon le niveau d'apprentissage, la tâche peut également être attribuée aux aspects opérationnels «Appliquer des procédures et utiliser des techniques» ou «Savoir, reconnaître et décrire». Un terme indiqué doit être interprété et les simplifications possibles doivent être vérifiées. Cela présuppose la connaissance des règles de calcul (point avant le trait) et la signification des parenthèses.

*** Nombres et opérations IR11#2** 23% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92304



14.1.8



14.1.9

La figure représente des «chaînes» construites avec des allumettes.

Carla, Damaris et Estelle ont trouvé des formules qui permettent de calculer le nombre d'allumettes nécessaire pour construire les «chaînes» en fonction du nombre de maillons (x): Les trois filles ont également fait les dessins ci-dessous pour illustrer leur formule.

Qui est l'auteur de quel dessin?

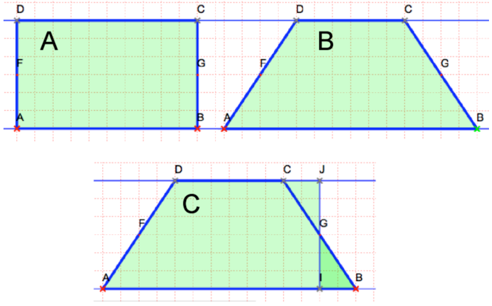
14.1.10

Carla: 3 • x + 2	dessin	■ I	■ II	■ III
Damaris: 3 • (x – 1) + 5	dessin	■ I	■ II	■ III
Estelle: (4 – 1) • x + 2	dessin	■ I	■ II	■ III

SOLUTION

Carla	III
Damaris	II
Estelle	I

Géométrie IR11#1 83% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92002



Marco affirme que le rectangle A et le trapèze B ont la même aire.

Est-ce que tu peux le prouver par une explication ou un dessin?

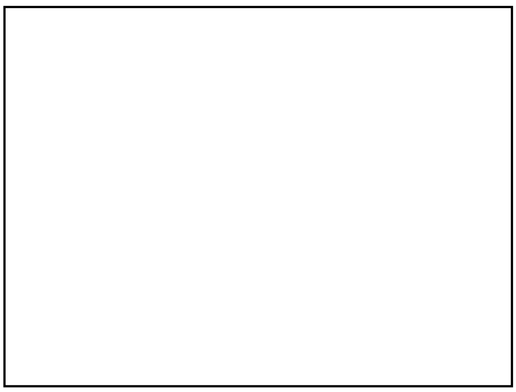
Tu peux utiliser la figure C pour ton explication

CRITERES La solution (schéma et/ou mots) met en évidence les relations suivantes:

- deux triangles du rectangle (A) ont été ôtés et placés vis-à-vis (en symétrie par leur sommet).
- ou deux triangles rectangles sont découpés dans le rectangle à droite et à gauche et mis vis-à-vis (symétrie axiale par leur sommet) → trapèze
- ou solution par calcul qui démontre l'équivalence des superficies du triangle et du rectangle.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche demande de vérifier ou d'expliquer un problème géométrique (figures différentes, même superficie). L'explication peut être donnée sous forme de schémas, de calculs ou d'arguments.

*** Géométrie IR11#1** 27% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M92906



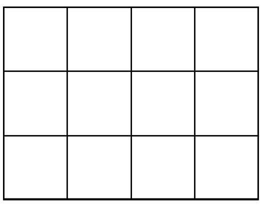
La figure ci-contre représente à l'échelle une terrasse de 12 m^2 de superficie.

Luc prétend qu'il peut la recouvrir de plaques de gazon artificiel de 1 m^2 sans avoir à découper aucune des plaques.

A-t-il raison? Dessine les plaques et justifie ta réponse.

SOLUTION Die Quadrate sind eingezeichnet und auf den ersten Blick als solche erkennbar. Und zustimmende Antwort

Da «Reflektieren der Resultate» im Vordergrund steht, wird keine exakte Begründung eingefordert. Diese würde etwa lauten: Das Verhältnis von Länge zu Breite ist 4 zu 3.



Grandeurs et mesures IR11#1 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Pourquoi les assertions suivantes sont-elles fausses ?

A $20\ m > 10\ cm^2$

B $1\ m^3$ est un cube

C On peut indiquer en cm la surface totale d'un parallélépipède rectangle.

SOLUTION Pour le niveau de base, deux réponses au moins doivent être correctes. Justifications possibles :

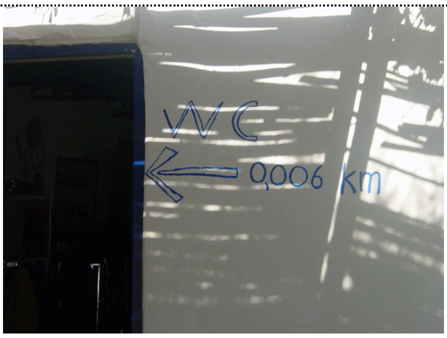
A Une surface ne peut pas être comparée avec une longueur

B Il peut également avoir une autre forme ou il peut s'agir d'un carré ou autres justifications

C On peut donner la surface en cm^2 ou la surface ne peut pas être donnée par une longueur

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cette tâche, les élèves jugent du caractère approprié des unités utilisées. Pour résoudre ce type de tâche, il faut avoir des notions solides de longueur, de surface et de volume ainsi que de leurs unités de mesure.

Grandeurs et mesures IR11#2 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)



A Formule une phrase contenant l'information correspondant à cette image

(WC ◂ --- 0.006 km).

B En quoi est-elle inhabituelle?

SOLUTION A La distance jusqu'aux toilettes est de 0.006 km ou 6 m

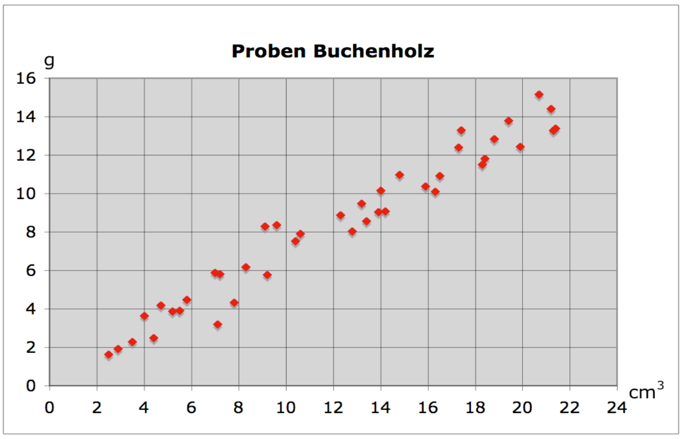
B En règle générale, la distance n'est jamais indiquée dans cette situation.

ou La distance devrait être indiquée en m.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Il s'agit ici de prendre position sur une manière, assez inhabituelle dans ce contexte, de formuler une distance. L'unité indiquée (km) ne tient pas compte de la situation, ce qui devrait apparaître dans la réponse.

Fonctions IR11#1 85% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92505

échantillons de hêtre



Lorena mesure un morceau de bois.
Elle trouve un volume de 20 cm^3
et une masse de 7 g.

Que peux-tu dire à Lorena
à propos de sa mesure?

SOLUTION
- Elle s'est trompée en mesurant.
- ou le matériel n'est pas du hêtre
- ou le volume de ce morceau est de 0.35 g/cm^3
- ou toute autre remarque qui précise que sa mesure n'est pas compatible avec les données du tableau.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche provient d'un environnement de test dont le contexte ne varie pas, ce qui a favorisé la fréquence des solutions correctes. Les élèves utilisent la représentation graphique pour contrôler le résultat ou pour comparer avec une nouvelle mesure. Si les coordonnées (20/7) sont inscrites dans le système des coordonnées, on peut aisément constater que la mesure de Lorena ne correspond pas aux mesures fixées dans le graphique.

***Fonctions IR11#2** 35% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91705

Pedro a deux comptes d'épargne:
9'000 CHF placés à 4 % d'intérêt, et
3'000 CHF placés à 2 % d'intérêt.

Il prétend que son capital total produit un rendement de taux moyen de 3 % et qu'il peut donc partir du principe qu'il sera crédité d'un intérêt de 360 CHF.
Sa réflexion est-elle correcte? Justifie ta réponse.

SOLUTION Nein Und
- Die Antwort macht klar, dass die unterschiedlichen Kapitalien den Zinssatz unterschiedlich beeinflussen

Oder der effektive Zins (420 Fr) OR Zinssatz (3.5%) wird berechnet.
Oder andere Begründung

Analyse de données IR11#1 67% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90607

Branches préférées : Tu fais l'hypothèse que les garçons préfèrent nettement l'éducation physique, tandis que les filles apprécient de la même manière l'éducation physique et le dessin. Tu aimerais vérifier tes hypothèses à l'aide d'un sondage. Parmi les questions suivantes, quelles sont les deux questions que ton enquête doit absolument contenir ?	A ☐ Quel âge as-tu? B ☐ Es-tu une fille ou un garçon? C ☐ Où habites-tu? D ☐ Quelle est ta branche préférée? E ☐ Préfères-tu l'éducation physique ou le dessin, ou aimes-tu les deux à peu près autant?

SOLUTION B et E ou B et D (mais pas B, D et E)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche est issue d'une situation contextuelle. L'interprétation et l'analyse se concentrent ici sur les cinq questions écrites A – E et les hypothèses qu'il faut en déduire. Les élèves réfléchissent à la manière de confirmer ou de réfuter une supposition (un événement probable) en élaborant un questionnaire. Il faut noter que les questions A et C ne sont pas en relation avec l'hypothèse.

Analyse de données IR11#2 67% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90908

Le Valais a, avec 54 habitants/km^2, une assez faible densité de population,
mais il appartient cependant, avec 283'000 habitants, à l'un des cantons les plus peuplés.

Comment cela est-il possible ?

SOLUTION
- le Valais a une grande surface
- ou le Valais fait partie des plus grands cantons
- ou il y a en Valais de nombreuses régions inhabitées
- ou la réponse montre clairement que la taille du canton joue un rôle pour le nombre d'habitants.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche était placée dans une situation contextuelle de test où étaient traitées des données concernant la population suisse. Ici, il faut identifier un lien logique entre deux colonnes d'un tableau démographique (qui n'est pas représenté ici) ou considérer respectivement la superficie comme grandeur de référence entre densité de la population et nombre d'habitants.

*** Analyse de données IR11#3** 34% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90304

Lors d'un autre comptage du trafic, Laure a calculé les moyennes ci-dessus. André est d'avis que ces données comportent au moins une erreur. Qu'en penses-tu? Justifie ta réponse.

	Mercredi	Samedi
nb moyen d'autos par heure entre 0 h et 12 h	35	12
nb moyen d'autos par heure entre 12 h et 24 h	45	56
nb moyen d'autos par heure durant le jour entier	25	34

SOLUTION Die Daten von Mittwoch sind nicht möglich.

(Fehler bei 45, 35 --> 25.)

Zum Beispiel wird erwähnt, dass der Durchschnitt für Mittwoch mindestens 35 betragen muss bzw. nicht tiefer als der kleinere der beiden Werte liegen kann

Oder: Wenn der Durchschnitt so tief liegt (25) können die Werte 35 und 45 nicht stimmen

Oder: Andere Begründung, die die Daten vom Mittwoch in Frage stellt.

EXPLORER ET ESSAYER | 11e ANNÉE

Nombres et opérations EE11#1 70% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92307

$a + b = 100$ p.ex. $a = 53$, $b = 47$ a et b sont des nombres naturels	Combien d'additions de deux nombres naturels dont la somme est égale à 100 peut-on trouver ? Présente brièvement ta manière de résoudre le problème.

CRITERE Selon la manière de compter (avec / sans 0 ainsi que la possibilité que les termes interchangés comptent double ou pas), cela donne 50, 51, 99, ou 101 additions.

La réponse100 est considérée comme juste.

La solution donne une idée même limitée de la manière choisie pour résoudre le problème.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Les élèves explorent dans cette tâche une relation numérique en variant systématiquement les termes pour un somme donnée (100). La généralisation de la tâche (combien d'additions existent-elles avec la somme n) déborderait nettement le niveau du standard de base ; en revanche, une simplification de la tâche (par ex. combien d'additions existent-elles avec la somme 6?) serait certes envisageable, mais restreindrait le caractère exploratoire de l'exercice (il faudrait écrire et compter explicitement toutes les sommes).

*** Nombres et opérations EE11#2** 28% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M91905

I Comment évolue la valeur d'une fraction positive inférieure à 1 (par exemple $\frac{6}{10}$) si on ajoute 2 au numérateur et au dénominateur? Coche la bonne réponse:

- ■ La valeur augmente
- ■ La valeur ne change pas
- ■ La valeur diminue
- ■ Impossible de répondre sans connaître le numérateur et le dénominateur

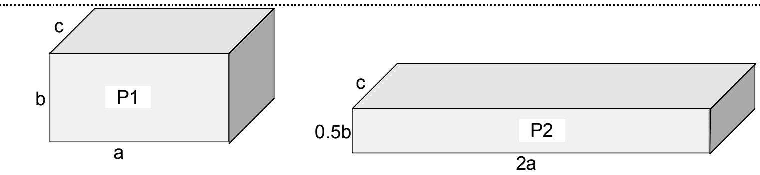
II Comment évolue la valeur d'une fraction positive (par exemple $\frac{6}{10}$) si on double le numérateur et qu'on divise par deux le dénominateur? Coche la bonne réponse:

- ■ La valeur augmente
- ■ La valeur ne change pas
- ■ la valeur diminue
- ■ Impossible de répondre sans connaître le numérateur et le dénominateur

SOLUTION I La valeur augmente

II La valeur augmente

Géométrie EE11#1 65% de fréquence de résolution lors du test 2007 M90702



Les parallélépipèdes rectangles P1 et P2 ont le même volume.

P1 a des arêtes de longueur a, b et c

P2 a des arêtes de longueur 2a, 0,5b et c

Indique la longueur des arêtes d'un autre parallélépipède rectangle P3 de même volume.

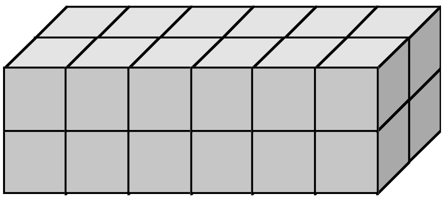
P3 a des arêtes de longueur: a = cm ; b = cm ; c = cm

SOLUTION Le produit des trois longueurs doit donner abc. Les longueurs des arêtes de P1 et P2 (1,1,1 ou 2, 1, 0.5) ne seront toutefois pas répétées. Le parallélépipède rectangle ne doit pas être dessiné.

Exemple: 0.5a, 0.5b. 4c.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche présuppose le calcul de volumes de parallélépipèdes rectangles. On peut la résoudre en cherchant ou en définissant de nouvelles valeurs pour deux longueurs d'arête qui permettent de calculer la longueur de la troisième arête. Des solutions comme 1/3a, b, 3c ou 1/4a, b, 4c permettent d'éviter un trop gros effort de calcul.

*** Géométrie EE11#2** 65% de fréquence de résolution, niveau de compétence III M90705



Les longueurs des arêtes du parallélépipède rectangle ci-contre valent:

a = 2 cm

b = 2 cm

c = 6 cm.

Son volume est de 24 cm^3.

Donne la longueur des arêtes d'autres parallélépipèdes rectangles de 24 cm^3 dont:

A la surface totale est plus grande que celle du parallélépipède illustré

a = [redacted] cm; b = [redacted] cm, c = [redacted] cm

B la surface totale est plus petite que celle du parallélépipède illustré

a = [redacted] cm; b = [redacted] cm, c = [redacted] cm

SOLUTION A 1 x 1 x 24 OR 1 x 2 x 12 OR 1 x 3 x 8 OR 1 x 4 x 6
Oder: gebrochene Grössen, eine der Längen ist grösser oder gleich 6.

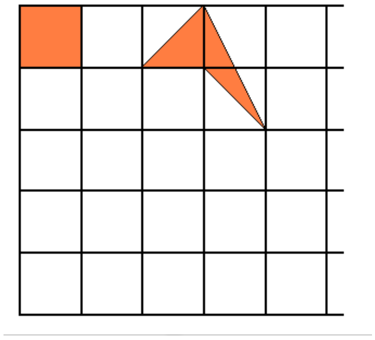
B 2 x 3 x 4 OR andere (auch gebrochene) Längen.
Alle Strecken sind kleiner als 6 und grösser oder gleich 2, das Produkt ergibt 24.

Grandeurs et mesures EE11 Non testé (construit selon les critères correspondant au standard de base)

Deux figures différentes sont dessinées dans cette grille à partir de la face d'une maisonnette.

Dans les deux cas, les coins reposent sur des points de la grille.

Dessine une autre figure de même taille.



CRITERE plusieurs possibilités ; la surface de chaque carré constitue l'unité, les angles reposent toujours sur un point de la grille et aucun de ceux-ci ne se trouve au milieu d'une figure.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Cette tâche aurait également pu être attribuée à l'aspect "géométrie". La manipulation d'unités de mesures suppose en règle générale l'usage d'instruments de mesure. Plusieurs situations d'apprentissage intéressantes se laissent difficilement tester sur le mode papier-crayon. Il s'agit dans cet exercice de représenter de différentes manières la surface d'une unité (une maisonnette).

Fonctions EE11 73% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91702

Le 1er janvier, M. Rossi ouvre un compte en banque en versant un capital de CHF 50'000.

Le taux d'intérêt est de 4 %. Le compte est crédité le 31 décembre de l'intérêt suivant:

$$4\% \text{ de } 50'000 = \frac{4}{100} \cdot 50'000 = 2'000$$

[CHF]

Son capital augmente donc de 2'000 CHF et passe ainsi à 52'000 CHF.

Dans un autre cas, un capital produit un intérêt de 1'000 CHF.

Quels pourraient être la valeur du capital et le taux d'intérêt ? Indique deux solutions différentes.

1ère solution :

capital c = ______ Fr.

taux t = ______ %

2e solution

capital c = ______ Fr.

taux t = ______ %

SOLUTION Exemples (pour le niveau de base, une solution au moins doit être correcte) :

c = 10'000, t = 10%	c = 12'500, t = 8%
c = 20'000, t = 5%	c = 25'000, t = 4%
c = 40'000, t = 2.5%	c = 50'000, t = 2%
c = 80'000, t = 1.25%	c = 100'000. t = 1%

ainsi que beaucoup d'autres solutions possibles, p.ex. c = 28'571, t = 3.5%

Pour chaque solution, la formule suivante doit fonctionner : c • t = 1'000 (± 1 Fr.)

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE La tâche demande une réflexion exploratoire sur une attribution inversement proportionnelle. Une valeur est libre et l'autre est calculée sur la base des indications fournies. Les solutions courantes et faciles à calculer sont listées ci-dessus.

Analyse de données EE11#1 80% de fréquence de résolution lors du test 2007 M91984

Janine et Olivier se disputent pour savoir qui va faire la vaisselle. Ils décident de tirer à pile ou face. «face»: c'est Janine qui fait la vaisselle «pile»: c'est Olivier qui la fait.	Toutefois, ils n'ont pas de pièce de monnaie, mais possèdent un dé à 6 faces. Comment peuvent-ils faire pour utiliser le dé à la place d'une pièce de monnaie?

SOLUTION 3 longueurs de côté sont équivalentes à «face» et 3 longueurs de côté sont équivalentes à «pile».
Ou: des propositions concrètes comprenant chaque fois trois côtés (par ex. 1, 2 et 3: face; 4, 5 et 6:)
Ou: on ne saisit que 2 points / on jette les dés jusqu'à l'obtention de 1 ou 2.
Ou: une autre expérience de hasard avec un dé et deux événements ayant une probabilité identique.

CARACTERISTIQUES DE LA TÂCHE Dans cette tâche, les élèves examinent une situation simple (jeter les dés avec 6 résultats possibles) et établissent un lien avec le lancer d'une pièce de monnaie en l'air (avec 2 résultats possibles). Comme l'analogie entre pièce de monnaie et dé est simple, l'exercice se limite à des «spéculations intellectuelles». Dans les tâches plus complexes, les élèves devraient avoir toutefois la possibilité de réaliser des expériences personnelles avant de définir des hypothèses ou des relations.

*** Analyse de données EE11#2** 22% de fréquence de résolution lors du test 2007 M92806.2

Dans les nombres 123, 234, 156, 379, la valeur des chiffres augmente de gauche à droite; tandis que pour 321, 335, 517, 688, ce n'est pas le cas. Le tableau ci-dessous contient les nombres entre 100 et 400. Les 13 premiers nombres où les chiffres sont à valeur croissante ont été surlignés en couleur.

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310
311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370
371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

A entoure au moins les 9 nombres suivants où les chiffres sont également disposés par valeur croissante.

B Combien y a-t-il de nombres de ce type entre 100 et 999?

SOLUTION Die Aufgabe wird mindestens nach Zahlen strukturiert

Oder: zwischen 100 und 200: 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = [28] oder zwischen 200 und 300 strukturiert: 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = [21]

Oder Zahlenterm für B: 1 • 7 + 2 • 6 + 3 • 5 + 4 • 4 + 5 • 3 + 6 • 2 + 7 • 1

Oder Folgende Zahlen sind markiert: